EVALUACIÓN DEL INGRESO A LA EDUCACIÓN SUPERIOR TECNOLÓGICA.

GUÍA DE ESTUDIO PARA EL EXAMEN DE CONOCIMIENTOS DEL ÁREA DE INGENIERÍA

TEMARIO

A continuación, se presenta una serie de temas que sugerimos sean estudiados por los aspirantes que deseen presentar este examen, a fin de que obtengan conocimientos básicos fundamentales y se familiaricen con la terminología propia de esta área de conocimiento.

MATEMÁTICAS

1. Álgebra
   - 1.1. Fracciones y operaciones con fracciones
   - 1.2. Ley de los exponentes: potencias y raíces
   - 1.3. Monomios, reducción de términos semejantes. Operaciones con monomios
   - 1.4. Polinomios y operaciones con polinomios
   - 1.5. Productos notables
   - 1.6. Cocientes notables
   - 1.7. Ecuación de primer grado con una variable
   - 1.8. Ecuación de segundo grado con una variable
   - 1.9. Factorización
   - 1.10. Solución de un sistema de ecuaciones de primer grado con dos variables

2. Geometría plana
   - 2.1. Ángulos: clasificación y propiedades
   - 2.2. Triángulos: clasificación y propiedades
   - 2.3. Teorema de Pitágoras
   - 2.4. Ángulos en la circunferencia
   - 2.5. Polígonos regulares

3. Trigonometría
   - 3.1. Funciones trigonométricas para un triángulo rectángulo
   - 3.2. Funciones trigonométricas en los cuadrantes
   - 3.3. Solución del triángulo rectángulo
   - 3.4. Solución del triángulo oblicuángulo: ley de senos y cosenos
   - 3.5. Coordenadas cartesianas y polares
   - 3.6. Suma y resta de vectores

4. Geometría analítica
   - 4.1. Funciones: Definición, dominio y rango de funciones
   - 4.2. Gráficas de funciones elementales: algebraicas, trigonométricas

4.3. La línea recta: pendiente de una recta, ecuación común, ecuación punto-pendiente
4.4. La circunferencia: centrada en el origen, con centro (h, k)
4.5. La parábola
4.6. La hipérbola

5. Cálculo
   5.1. Definición de límite, teoremas de límites
   5.2. Límites de funciones trascendentes, algebraicas y trigonométricas
   5.3. Definición de la derivada como límite, interpretación geométrica
   5.4. Regla de derivadas: Algebraicas, trascendentes, trigonométricas, regla de la cadena
   5.5. La integral como función inversa de la derivada (antiderivada), la integral indefinida
   5.6. Técnicas de integración
   5.7. Integral definida, teorema fundamental del cálculo
   5.8. Cálculo de áreas bajo una curva por métodos de integración

FÍSICA

1. Conceptos básicos
   1.1. Potencias base 10
   1.2. Unidades fundamentales y unidades derivadas
   1.3. Sistema de unidades. Conversión entre sistemas de unidades
   1.4. Análisis dimensional

2. Cinemática
   2.1. Conceptos de: posición, distancia, velocidad y aceleración
   2.2. Movimiento rectilíneo uniforme
   2.3. Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, tiro vertical
   2.4. Movimiento en dos dimensiones: tiro horizontal y tiro parabólico
   2.5. Movimiento circular: velocidad tangencial, aceleración centrípeta, velocidad angular, periodo y frecuencia

3. Dinámica
   3.1. Primera ley de Newton, relación masa inercia
   3.2. Concepto de fuerza, segunda ley de Newton, relación masa-peso
   3.3. Descomposición de una fuerza en sus componentes rectangulares
   3.4. Suma y resta de fuerzas en el plano
   3.5. Equilibrio de un cuerpo puntual en el plano, movimiento de un cuerpo en un plano inclinado
   3.6. Tercera ley de Newton
   3.7. Fuerza de rozamiento
   3.8. Conceptos de: trabajo, potencia, energía cinética y energía potencial
   3.9. Principio de conservación de la energía mecánica
   3.10. Impulso y cantidad de movimiento

3.11. Principio de conservación de la cantidad de movimiento

4. Electricidad y magnetismo
   4.1. Carga eléctrica y sus propiedades
   4.2. Ley de Coulomb
   4.3. Campo eléctrico
   4.4. Ley de Gauss
   4.5. Potencial eléctrico
   4.6. Energía potencial
   4.7. Capacitancia
   4.8. Corriente eléctrica
   4.9. Resistencia, ley de Ohm
   4.10. Resistividad y conductividad
   4.11. Leyes de Kirchoff
   4.12. Magnetismo y campo magnético
   4.13. Ley de Apere
   4.14. Ley de Faraday
   4.15. Ley de Lenz

EJERCICIOS

MATEMÁTICAS

ARITMÉTICA

1. La razón entre dos números se da como 2 es a 17. Si el menor es 14, ¿cuál es el valor del otro número?

2. Hallar el término desconocido en la proporción:

$$\frac{1}{3} : \frac{1}{5} :: x : \frac{2}{3}$$

3. Hallar una cuarta proporcional de 20, $\frac{1}{3}$ y $\frac{2}{5}$

4. La razón entre dos números es de 5 a 2. Hallar los números sabiendo que su suma es 49.

5. Un grupo de hombres levanta una barda en 20 días laborando 6 horas diarias. ¿En cuántos días levantarán la misma barda trabajando 8 horas diarias?

6. Un edificio de 25.05 m proyecta una sombra de 33.40 m. ¿Cuál será, a la misma hora, la longitud de la sombra de un hombre cuya altura es de 1?80 m?

ALGEBRA

7. Eliminar los signos de agrupación y simplificar por reducción de términos la siguiente expresión:

   A) $7 - \{x - [2x + 3 + (x + 2)] + 5x\} =$
   B) $5x^2 + \{2x - x[5(x - 1) + 2] - 1\} =$
   C) $\{3x - 2[5 - 2(x + 2)] - 3\}^2$

8. Dividir $2y^3 + 2y + 5y^2 - 1$ entre $y + 3$:

9. Obtener el cuadrado del siguiente polinomio: $x + 3y - 4$

10. Obtener el cubo del siguiente binomio: $2x - 3y$

11. Factorizar las siguientes expresiones:

    A) $x^2 - 13x + 40$
    B) $4x^2 + 30x + 36$
    C) $x^4 - 625$
    D) $x^3 + 64$
    E) $x^2 + 2xy + y^2 - 4$

12. Simplificar la siguiente expresión: $4\sqrt{12x^4y} - 5\sqrt{3x^2y} + \sqrt{75x^6y^3}$

13. Obtener las siguientes divisiones de radicales:

A) $\dfrac{\sqrt{5xy}}{\sqrt[3]{-x^2y}}$

B) $\dfrac{6x^{3/2}y^{4/3}z^{-1/5}}{5x^4y^{-3}z^2}$

14. Reducir $\dfrac{\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{x}}{\dfrac{x+y}{x}+\dfrac{x+y}{y}}$ a su mínima expresión.

15. Realiza las siguientes operaciones con fracciones algebraicas.

A) $\dfrac{4}{a} - \dfrac{3}{3a+2} - \dfrac{2}{a(3a+2)} =$

B) $\dfrac{3x^2 - 18x}{4x^2+8x+4} \times \dfrac{5x+40}{x^2+2x-48}$

C) $\dfrac{3x+6}{x^2-9} \div \dfrac{x^2+5x+6}{5x-15}$

16. La solución de la ecuación lineal $3x-(x+3)=x+4$ es:

17. Resolver la siguiente desigualdad lineal.

$$5x(x - 3) - 4x^2 \leq x(x + 1) + 112$$

18. Un hombre cercó un terrero cuyo perímetro es de 400m y por el cuál pago $3720.00. El frente del terreno mide 60m.

El precio por cada metro de la cerca frontal es $2.00 más caro que el precio por cada metro del resto de la cerca. ¿Cuál es el precio por cada metro para la cerca frontal y para el resto de la cerca?

19. La ecuación cuyas raíces son $5/6, -3/2$ es:

20. Dada la ecuación cuadrática $3x^2 - 4x + 5 = 0$ determinar cómo son sus soluciones.

21. Encuéntrese dos números consecutivos enteros, cuyo producto es mayor en 41 a su suma.

22. Un hombre y su esposa hacen cada uno su lista de compras y encuentran que la suma de las dos es $850.00. La señora elimina entonces un artículo cuyo costo equivalía a la novena parte de su pedido y su marido a su vez elimina otro por valor de un octavo del importe de su lista. Si con estas supresiones podían gastar $100.00 menos, encuéntrese el valor del pedido original de cada uno.

23. Si el ancho de un terreno rectangular se aumenta 10 metros y su largo se disminuye 10 metros, entonces el área aumenta 400 m^2. Si el ancho disminuye 5 m y el largo aumenta 10 m, entonces el área disminuye 50 m^2. Calcula las dimensiones del terreno.

GEOMETRÍA PLANA

24. ¿En cuánto excede la medida del suplemento de un ángulo agudo, a la medida del complemento del mismo ángulo?

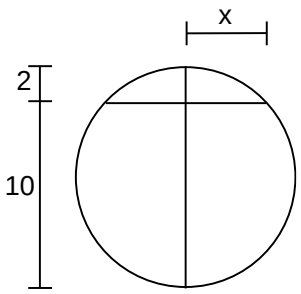
25. Un ángulo mide 18 unidades menos que el doble de su complemento. Encuentre la medida de cada uno de ellos.

26. Los radios de dos círculos concéntricos difieren por $\sqrt{2}$. Encuentra el radio de cada círculo, sabiendo que el área del anillo formado mide $2\pi + 6\sqrt{2}\pi$.

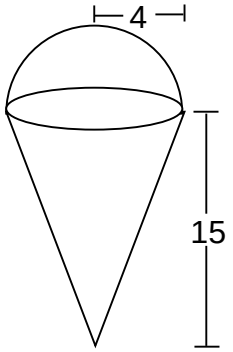
27. Una fotografía mide 6.5 cm por 2.5 cm. Se quiere amplificar de manera que el lado mayor mida 26 cm. ¿Cuál es la longitud del perímetro de la fotografía amplificada?

28. El radio de una circunferencia mide 5 unidades. Encuentra la longitud de su cuerda mayor.

29. Encuentra el valor de x de la circunferencia que se muestra en la figura.



30. Encontrar el volumen de una construcción que se forma a partir de un cono de radio 4 y altura 15 coronado por una semiesfera.



TRIGONOMETRÍA

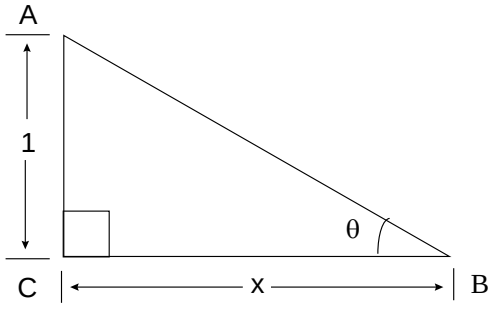
31. Verifica las siguientes identidades trigonométricas:

A) $\dfrac{\text{sen}x}{\text{csc}x}+\dfrac{\text{cos}x}{\text{sec}x}=1$

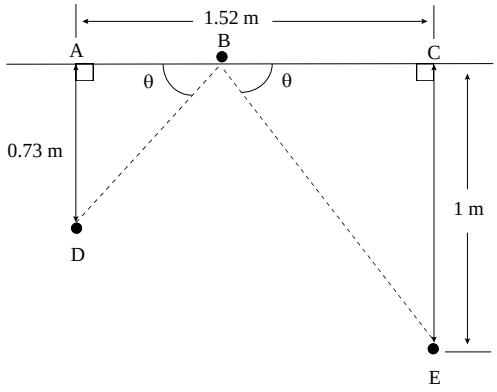
B) $\dfrac{\text{cot}x\text{cos}x}{\text{csc}^2x-1}=\text{sen}x$

C) $\dfrac{1}{\text{tan}x+\text{cot}x}=\text{sen}x\text{cos}x$

32. Dado el triángulo siguiente, exprese senθ y cosθ en términos de x.



33. Una bola de billar recorre la trayectoria indicada por el diagrama siguiente. Determine θ.



34. Dos trenes parten de una estación a las 10:00 a.m., viajando a lo largo de vías rectas, a 120 y 150 km/hrs, respectivamente. Si el ángulo entre sus direcciones de viaje es 118º, ¿a qué distancia están entre sí a las 10:40 a.m.?

GEOMETRÍA ANALÍTICA

35. Representa gráficamente la siguiente ecuación: $y = \frac{3}{4}x + 5$

36. Dados los puntos P(0,8) y Q(4, 0), traza la recta correspondiente.

37. Dada la recta L_1 que pasa por los puntos M(-5, 4) N(6, -3) encontrar la ecuación de otra recta que pase por O(2, -1) y que sea:

    A) Paralela a L_1
    B) Perpendicular a L_1

38. Hallar el ángulo de inclinación dada la recta $4x-3y-12=0$ (Trazar).

39. Hallar las coordenadas del punto de intersección de las siguientes rectas: $x + 4y = 7$ y $2x + 3y = 4$ (Trazar).

40. Hallar el ángulo comprendido entre las rectas $2x + 3y - 7 = 0$ y $2x - 2y - 2 = 0$ (Trazar).

41. Hallar la ecuación de la circunferencia con centro en el origen y radio igual a 3/4. (Trazar).

42. Hallar la ecuación de la circunferencia que tiene su centro en el origen y pasa por el punto P(5,6)

43. Dado el C(4,-8) y r = 6, hallar la ecuación general de la circunferencia. (Trazar).

44. Dada la ecuación general $x^2 + y^2 - 12x - 10y + 12 = 0$ hallar centro y radio.

45. Encontrar la ecuación de la parábola cuyos elementos se dan a continuación.

    A) Parábola con vértice en el origen y foco (3,0).(Trazar).
    B) Los extremos de su lado recto están en (5, -3) y (5, 5) y abre hacia la izquierda.
    C) Tiene foco en (2, -1) y uno de los extremos de su lado recto está en (8, -1) y abre hacia arriba.

46. Dada la ecuación de la elipse $9x^2 + 4y^2 = 36$ hallar:

    A) Las coordenadas de los vértices y focos.
    B) La longitud de los ejes mayor y menor.
    C) La excentricidad y longitud de cada lado recto.
    D) Trazar la elipse correspondiente.

41. Dada la ecuación de la elipse $16x^2 + 25y^2 = 100$ hallar:

    A) Las coordenadas de los vértices y focos.
    B) La longitud de los ejes mayor y menor.
    C) La excentricidad y longitud de cada lado recto.
    D) Trazar la elipse correspondiente.

42. Dada la ecuación de la hipérbola $9x^2 - 4y^2 = 36$ hallar:

    A) Las coordenadas de los vértices y focos.
    B) La longitud de los ejes transversos y conjugado.
    C) La excentricidad y longitud de cada lado recto.

CÁLCULO DIFERENCIAL

49. Identifica las siguientes funciones como algebraicas racionales, algebraicas irracionales o trascendentes:

A) $3x^3 + 6x^2 - 9x + 7$

B) $\dfrac{5x^2 - 8x + 4}{x - 2}$

C) $\sqrt{5x^2 - 8x + 4}$

D) $\cos 8x$

50. Analiza la función $y = 2^x + 3x^2 - 5x + 3$ y encuentra su valor cuando $x = 2$

51. Representa la gráfica de la función: $y = x^3$. (Sugerencia hacer tabulación).

52. Encuentre el valor de $\lim_{x \to 2} \dfrac{x^2 - 4}{x - 2}$

53. Encuentre el valor del $\lim_{x \to 0} \dfrac{7x^4 - 4x^3 + 8x}{x}$

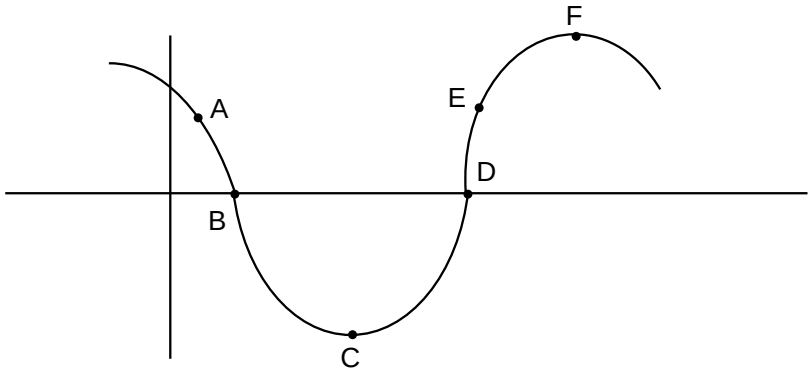
54. Dada la función $f(x) = \dfrac{x^2 - 2}{x^2 + 2}$ su derivada en $x = 2$

55. Sea la función $f(x) = e^{4x^2+1}$, su derivada en $x = 1$

56. Calcular los valores máximos o mínimos de $y = 2x^2 - 4x$

57. El valor máximo de la función $y = -x^2$ es:

58. Identifica cada uno de los siguientes puntos de la gráfica, si es máximo, mínimo, punto de inflexión o raíz de la función.



CÁLCULO INTEGRAL

59. Resuelve las siguientes integrales

A) $\int \sqrt[3]{x^4}\,dx$

B) $\int \frac{(x+1)}{x^2+2x}\,dx$

60. Evalúa las siguientes integrales

A) $\int_1^3 x\,dx$

B) $\int_{-1}^0 x^2\,dx$

61. Determine el valor de “a” tal que $\int_0^a x^2 dx = 9$

FÍSICA

GENERALIDADES

1. Las unidades fundamentales en el sistema internacional son:

   A) Metro, Kilogramo, Segundo (m, k, s)
   B) Pie, libra, Segundo (ft, lb, s)

2. Convertir v = 60 rpm a $\frac{rad}{s}$.

3. Convertir $v = 120\frac{km}{h}$ a $\frac{m}{s}$.

4. Realiza la siguiente operación $\frac{(7.50 \times 10^4)(3.20 \times 10^7)}{4 \times 10^4}$, expresa el resultado en notación científica.

5. Realiza la siguiente operación $\frac{(6.28 \times 10^9) \div (4.35 \times 10^8)}{4 \times 10^9}$, expresa el resultado en notación científica.

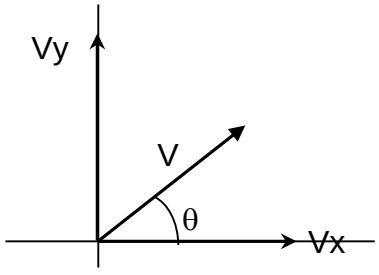
6. La notación usada para las coordenadas polares es:

   A) (x, y)
   B) (r, θ)

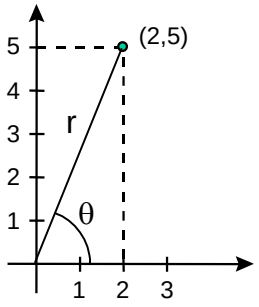
7. En coordenadas polares, los componentes de un vector representan:

   A) La magnitud del vector y el ángulo que forma éste con el eje positivo x.
   B) Las distancias perpendiculares del extremo del vector a los ejes coordenados.

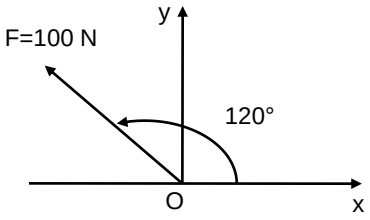
8. Menciona las relaciones entre las coordenadas cartesianas y las coordenadas polares de un vector.



9. Si las coordenadas cartesianas del punto P son (2, 5), ¿cuáles son sus coordenadas polares?



10. Calcula las componentes rectangulares de un vector de 100 N, que forman un ángulo de 120º con el eje positivo x.



11. Calcular la magnitud de la fuerza resultante de un sistema de dos fuerzas de 30 N y 40 N que forman un ángulo recto entre sí.

12. Encontrar la fuerza resultante, por el método analítico, de las siguientes fuerzas:

$\overrightarrow{F_1}$ = 25N a 35º
$\overrightarrow{F_2}$ = 35N a 50º
$\overrightarrow{F_3}$ = 50 N a 115º

MECÁNICA

13. En un experimento de laboratorio, se midió la velocidad de un móvil durante el tiempo de 10 s y se obtuvo la siguiente tabla:

t (s)	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**
v (m/s)	**0**	**10**	**20**	**30**	**30**	**30**	**25**	**20**	**15**	**10**	**5**	**0**

Realiza una gráfica con los datos del experimento

14. Calcula el área bajo la curva que graficaste.

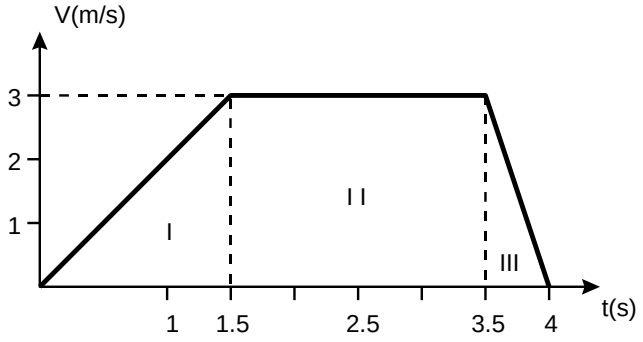
15. Calcula la velocidad media del móvil en cada intervalo de tiempo en la cual esta aumenta, es constante y disminuye.

16. Con los datos de la tabla anterior, calcula la distancia recorrida en cada intervalo de tiempo.

17. Calcula la distancia total recorrida por el móvil.

18. Una persona se desplaza tres metros al este y luego cuatro metros al norte. ¿Cuál fue el desplazamiento total?

19. Un cuerpo se mueve en línea recta. El comportamiento de su velocidad, mientras se mueve, se detalla en la siguiente figura:



Calcular:

A) La velocidad media en las secciones I, II, III
B) La aceleración en cada una de las secciones
C) La velocidad media en todo el recorrido

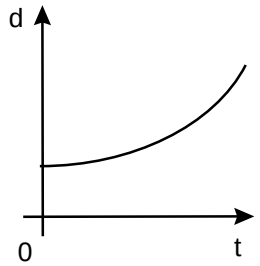
20. Relaciona cada una de las gráficas siguientes según el caso correspondiente que se indica en cada inciso.

A) Velocidad constante

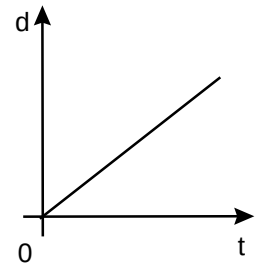
B) V = 0

C) Aceleración constante

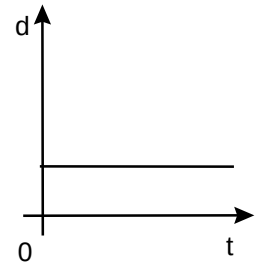
1)



2)



3)



21. ¿En qué instantes la velocidad permanece constante?

22. ¿En qué instantes la aceleración es cero?

23. Compara los resultados de los ejercicios 16 y 18. ¿Cómo son entre sí?

24. Dos amigos se ven cuando están a una distancia de 160m y corren a encontrarse. Uno corre $10\frac{m}{s}$ y el otro a $7.5\frac{m}{s}$. ¿Qué distancia recorre cada uno para encontrarse?

25. Un autobús parte a las 12 hrs de la Ciudad de Jalapa a la Ciudad de México con una rapidez constante de $75\frac{Km}{h}$; 30 minutos después, sale otro autobús con el mismo destino y 220 Km después de Jalapa, alcanza al primero. ¿Cuál es la rapidez del segundo autobús? ¿A qué hora se encuentran?

26. Del análisis de la gráfica de v vs t del ejemplo anterior, ¿en qué intervalo de tiempo la velocidad aumenta?

27. ¿En qué instantes la velocidad disminuye?

28. ¿En qué instantes el cuerpo acelera?

29. ¿En qué instantes el cuerpo desacelera?

30. Si un automóvil que parte del reposo tiene una aceleración constante de $2\frac{cm}{s^2}$. ¿Cuál es su velocidad a los 30 segundos?

31. Un automóvil de carreras recorre una distancia de 1500 m sobre una pista recta. Si al término del recorrido alcanza una velocidad de 25 Km/h. ¿Cuál fue la aceleración del automóvil? ¿Cuál fue el tiempo de recorrido?

32. Inicialmente una masa de 2 kg se mueve a una velocidad $10\frac{m}{s}$. Se le aplica una fuerza horizontal de 60 N en el sentido del movimiento. Considerando que la fuerza de rozamiento entre la masa y el piso es de 40 N, ¿cuál será la velocidad de la masa a los 6 segundos?

33. Un cuerpo empieza a resbalar por un plano inclinado desde una altura de 15 m. El plano tiene una inclinación de 37º con respecto a la horizontal. ¿Cuánto tarda el cuerpo en recorrer el plano? (sin rozamiento)

34. Una pelota se tira hacia arriba con una velocidad inicial de $15\frac{m}{s}$. ¿Hasta qué altura sube la pelota, y cuánto tiempo permanece en el aire?

35. Una pelota se arroja hacia arriba. Después de que se suelta, su aceleración:

    A) Aumenta
    B) Permanece constante

36. Un niño lanza una pelota con una velocidad v_0 con un ángulo de 22° con respecto a la horizontal. Si la componente horizontal de la velocidad v_0 es de $52\frac{m}{s}$. ¿A qué distancia la pelota pasa a la misma altura de donde fue lanzada?

37. Una bicicleta que viaja a 10m/s tiene ruedas de 50cm de diámetro. ¿A qué velocidad angular giran estas?

38. Escribe el enunciado de la primera ley de Newton.

39. Es la medida de la inercia que tiene un cuerpo.

    A) La masa
    B) El peso

40. Un marco o sistema de referencia inercial viaja con una

    A) Aceleración constante
    B) Velocidad constante

41. ¿Cuál es la unidad de fuerza en el sistema MKS?

42. ¿Qué aceleración tiene un cuerpo de 1 Kg de masa al que se le aplica una fuerza 1 N?

43. A un cuerpo de 1 kg. de masa se le aplicaron diferentes valores de fuerza, los cuales se muestran en la siguiente tabla:

F (N)	1	2	3	4	5	6	7
a (m/s^2)	1	2	3	4	5	6	7

Traza una gráfica con los datos de la tabla, a vs F.

44. Del análisis de la gráfica a vs F podemos decir, que a mayor fuerza la aceleración es:

    A) mayor
    B) menor

45. Según la segunda ley de Newton la aceleración de un cuerpo y la fuerza que la produce, están relacionados entre sí por:

    A) Una regla de proporcionalidad directa
    B) Una regla de proporcionalidad inversa

46. Si a una masa constante, la fuerza que se le aplica aumenta en 3 veces, como cambia su aceleración

    A) Disminuye a la tercera parte
    B) Aumenta al triple

47. En la gráfica del ejercicio 39, ¿qué interpretación física tiene la pendiente de la recta?

48. En un experimento se aplicó una fuerza constante de un Newton a una variedad de masas para conocer la aceleración que adquirirá cada masa y los resultados se registraron en la tabla siguiente:

m (Kg)	1	2	3	4	5	6	7
a (m/s^2)	1	0.5	0.33	0.25	0.2	0.17	0.13

realiza una gráfica a vs m con los datos obtenidos

49. De la gráfica obtenida podemos observar que a mayor masa la aceleración es:

A) Mayor
B) Menor

50. ¿Qué relación de proporcionalidad existe entre la masa de un cuerpo y la aceleración que se le produce?

A) Directa
B) Inversa

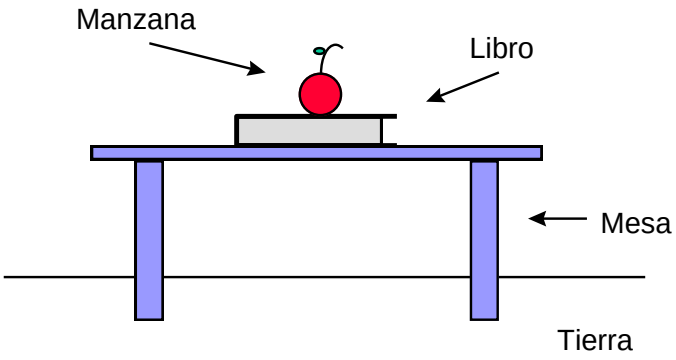
51. ¿Cuáles son las unidades de fuerza en los sistemas MKS y CGS y cuál es la equivalencia entre ellas?

52. ¿Cuál es el peso de un cuerpo cuya masa es de 10g?

53. Calcula la aceleración de un automóvil de 1000Kg, si se aplica una fuerza no equilibrada de 800 N.

54. Una fuerza no equilibrada de 150 N se aplica a una lancha que se acelera a $0.5\frac{m}{s^2}$. ¿Cuál es la masa de la lancha?

55. Dibuja todas las fuerzas que están actuando sobre cada uno de los siguientes cuerpos. Utiliza un color diferente para cada pareja de fuerzas.



.

56. A toda fuerza de acción le corresponde otra de reacción de la misma intensidad, pero en sentido contrario a la primera corresponde a la:

A) Segunda ley de Newton
B) Tercera ley de Newton

57. Una canica de 0.3 Kg de masa se deja caer desde una altura de 2m. Calcular:

A) La energía potencial de la canica
B) La velocidad que adquiere cuando recorre los 2m

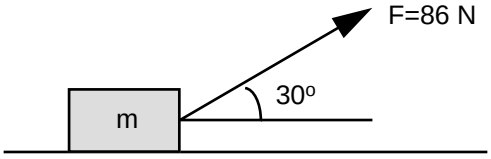
58. Un automóvil de 2000Kg arranca desde el reposo con una aceleración constante de $2\frac{m}{s^2}$. Determinar el cambio de su energía cinética para t = 1s y t = 2s.

59. Una expresión para la energía cinética está dada por:

A) $E_c = \frac{mp^2}{2}$, donde p es la cantidad de movimiento

B) $E_c = \frac{p^2}{2m}$, donde p es la cantidad de movimiento

60. Sobre un cuerpo de 2kg colocado en una superficie horizontal actúa una fuerza de 86 N, que forma un ángulo de 30º con la horizontal, ¿Qué trabajo hará la fuerza para desplazar a la masa a una distancia de 5 m?



61. La potencia mecánica y el trabajo mecánico son ejemplos de magnitudes:

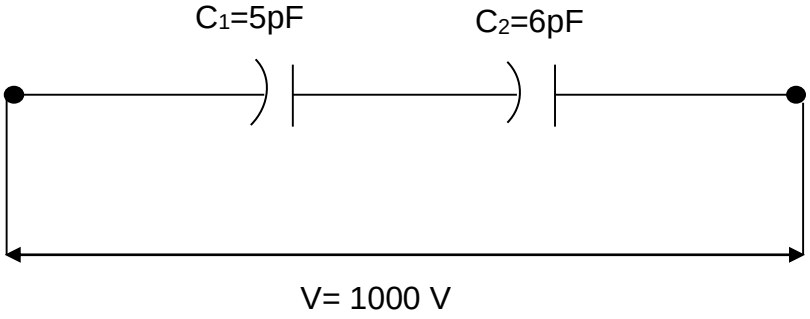
A) Escalares
B) Vectoriales

62. Una bala de 0.1 kg que se mueve a 400 m/s se incrusta en un bloque y queda atrapada. El sistema bloque-bala se mueve después de la colisión a 6.5 m/s. Calcular la masa del bloque.

ELECTRICIDAD Y MAGNETISMO

63. La combinación en serie de los dos capacitores mostrados en la figura, están conectados a una diferencia de potencial de 1000 V. Determine:

A) La capacitancia equivalente
B) La magnitud de las cargas en cada capacitor
C) La diferencia de potencial en cada capacitor
D) La energía almacenada en cada capacitor



64. El electrón y el protón de un átomo de hidrógeno están separados por una distancia de 5.3 x 10^{-11} m. Calcular la magnitud de la fuerza electrostática y gravitacional entre las cargas y compara entre sí los resultados.

Masa del protón = 1.67 x 10^{-27}kg
Masa del electrón = 9.11 x 10^{-31}kg

$$F_e = k\frac{q_1 \bullet q_2}{r^2}$$

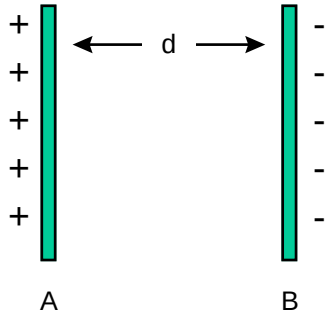
$$F_g = G\frac{M_1 \bullet M_2}{r^2}$$

$$G = 6.67x10^{-11}\frac{Nm^2}{kg^2}$$

65. Dos cargas iguales están separadas una distancia r. Calcular la fuerza eléctrica entre ellas cuando la distancia se reduce a la mitad.

66. La diferencia de potencial entre las placas de la figura es de 6 V y su separación d es de 3 mm. Calcular:

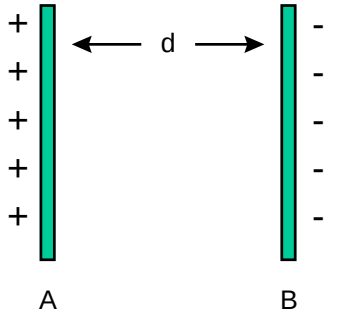
A) El campo eléctrico entre las placas
B) La fuerza sobre un protón (carga 1.6 x 10^{-19} C) que se encuentra entre las placas.



$$V_B - V_A = E \bullet d$$

$$E = \frac{F_e}{q}$$

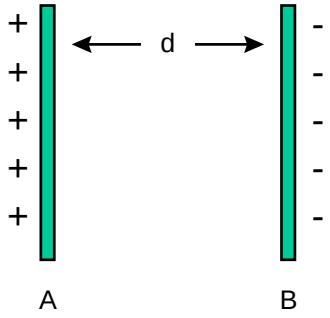
67. Calcule el trabajo necesario para mover un electrón de la placa A a la B, sabiendo que la diferencia de potencial entre las dos placas es 50 V y la carga del electrón es de 1.6×10^{-19} C.



$T = q\,(V_B - V_A)$

Coulombs x Volts = Joules

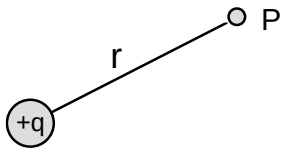
68. ¿Cuál será la velocidad de un protón que se libera desde un punto de la placa positiva A, justamente antes de chocar en un punto de la placa negativa B en un punto? La masa del protón es de 1.67×10^{-27} Kg y $V_{AB} = 50$ V y la distancia entre las placas es d = 6 mm.



$T = \Delta E_C$

$$E_c = \frac{mv^2}{2}$$

69. En la figura siguiente se muestra una carga q de 4×10^{-6} C. Si la distancia entre la carga y el punto P es de 0.75 m. Calcular el potencial eléctrico en el punto P?



$$V_p = k\frac{q}{r}$$

$$k = 9 \times 10^9 \ \frac{N \times m^2}{C^2}$$

70. ¿Cuál será la resistencia de un alambre de aluminio de 4 m de longitud y 3 mm de diámetro?

$\rho_{AL}=2.828 \times 10^{-8}\ \Omega \bullet m$

$R = \rho \frac{L}{A}$

L = Longitud

A = Área transversal

ρ = Resistividad

71. ¿A qué voltaje habría que someter una resistencia de 100 Ω para que atraviese una corriente de 5 A?

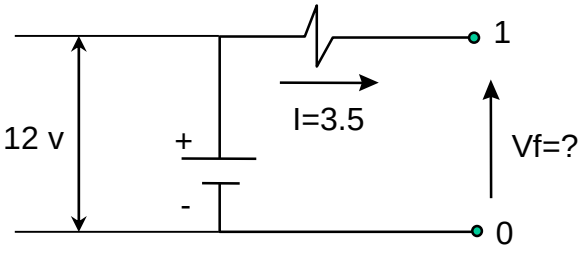
72. Un alambre tiene una resistencia de 20 Ω. Calcular el valor de la resistencia de otro alambre, del mismo material, que tenga el doble de longitud y un diámetro cuatro veces mayor.

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

73. Calcular la resistencia de un calentador de 500 W, diseñado para funcionar a 110 V.

$$P = I\,V; \qquad R = \frac{V}{I}$$

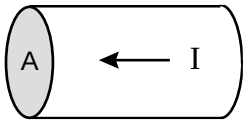
74. La resistencia interna de una batería de 12 V es de 0.01 Ω. Si la batería suministra una corriente de 3.5 A, ¿cuál será el voltaje entre los puntos 0 y 1?



75. Se tienen dos resistencias, una de 8 Ω y otra de 4 Ω. Calcular su equivalente:

A) En serie
B) En paralelo

76. En un conductor, una carga de 40 C atraviesa una sección transversal A en 4 segundos. Calcular la intensidad de la corriente.



$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

q = carga eléctrica
t = tiempo

77. Calcular el número de electrones que atraviesan la sección transversal de un conductor en un tiempo de dos segundos, si sobre el conductor fluye una corriente de 10 Amperes. La carga de un electrón es de 1.6×10^{-19}C

78. En un foco, la carga que pasa por un punto del circuito es de 1.8 C, en un tiempo de 2 s. Calcular la corriente en el circuito.

79. Por un conductor circula una corriente de 3×10^{-2} A, en un tiempo de 20 min. Calcular la carga que atraviesa el conductor y el número de electrones que equivalen a la carga.

80. Un transformador de 40 W tiene 1000 vueltas en la bobina primaria y 15000 en la secundaria. Si la bobina se conecta a una toma de CA de 120 V. Calcular:

A) La intensidad de la corriente en la primaria
B) La Fem inducida en la secundaria
C) La corriente inducida en la secundaria

81. Un transformador reductor debe disminuir la tensión de 100 V a 10 V. Si la bobina secundaria tiene 1000 vueltas, ¿cuántas vueltas deberá tener la primaria?

82. Un motor eléctrico consume 6A de una línea de 120V. Determinar la potencia consumida y la energía, en J y KW - h, suministrada al motor en 3 horas.

6. RESPUESTAS A LOS EJERCICIOS

ARITMÉTICA

1. Tenemos la razón 2:17 : : 14 : x

   Al analizarla nos damos cuenta que es una razón geométrica por lo que podemos escribirla como: $\frac{2}{17} = \frac{14}{x}$

   Por lo tanto el valor de x es:

   $x = \frac{(17)(14)}{2} = 109$

2. Expresando la proporción en términos de igualdad. Esta se resuelve como sigue:

   $\frac{1}{3} : \frac{1}{5}$ representa la proporción: $\frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{5}}$

   $x : \frac{2}{3}$ representa la proporción: $\frac{x}{\frac{2}{3}}$

   : : representa igualdad

   por lo tanto $\frac{1}{3} : \frac{1}{5} : : x : \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{5}} = \frac{x}{\frac{2}{3}}$

   simplificando $\frac{5}{3} = \frac{3}{2}x$

   despejando x

   $$x = \frac{10}{9}$$

3. Se forma una proporción geométrica con estas tres cantidades poniendo de último extremo a x, si se procede de manera similar al ejemplo anterior:

$$20 : \frac{1}{3} : : \frac{2}{5} : x \Rightarrow \frac{20}{\frac{1}{3}} = \frac{\frac{2}{5}}{x}$$

simplificando $60 = \frac{2}{5x}$

despejando x

$$x = \frac{2}{300} = \frac{1}{150}$$

Sustituyendo el valor de x en la proporción tenemos:

$$20 : \frac{1}{3} : : \frac{2}{5} : \frac{1}{150}$$

4. Sean *a* y *b* los números buscados y sea *a* el número mayor por lo tanto tenemos:

   a : *b* : : 5 : 2 ...ecuación 1
   Además
   a + *b* = 49 ...ecuación 2
   Despejando *a* en 2
   a = 49 – *b*
   Sustituyendo en la ecuación 1
   49-*b*: *b* : : 5 : 2
   Multiplicando extremos por extremos y medios por medios tenemos:
   98 - 2*b* = 5*b*
   de donde
   7*b* = 98 por lo tanto *b* = 14
   Para encontrar el valor de a sustituimos el valor de b en:
   a = 49 – *b*
   a = 49 –14
   por lo tanto *a* = 35
   y los número buscados son: 35 y 14

5. Para resolver este problema utilizamos una regla de tres simple inversa la cual indica hacer productos directos de la siguiente manera:

   20 días --------- 6 horas diarias
   x días --------- 8 horas diarias
   (20)(6)=(x)(8)
   recordemos que, a más días, menos horas diarias. Por lo tanto, el valor de x es:

$$x = \frac{20 \times 6}{8} = 15 \text{ días}$$

6. Utilizando una regla de tres simples, la cual implica hacer productos cruzados:

25.05 m ⟷ 33.40 m
1.8 m ⟷ x
(25.05)(x)=(33.40)(1.8)
De aquí el valor de x es:

$$x = \frac{(1.8)(33.40)}{25.05} = 2.40\,m$$

UNIDAD II ÁLGEBRA

1.

A) Tenemos $7 - \{x - [2x + 3 + (x + 2)] + 5x\} = ?$

Suprimiendo paréntesis: $= 7 - \{x - [2x + 3 + x + 2] + 5x\}$

Eliminando corchetes: $= 7 - \{x - 2x - 3 - x - 2 + 5x\}$

Quitando llaves: $= 7 - x + 2x + 3 + x + 2 - 5x$

Sumando términos semejantes, la solución es: 12-3x.

B) Tenemos $5x^2 + \{2x - x[5(x - 1) + 2] - 1\} = ?$

Suprimiendo paréntesis y multiplicando: $5x^2 + \{2x - x[5x - 5 + 2] - 1\}$

Eliminando corchetes: $5x^2 + \{2x - 5x^2 + 5x - 2x - 1\}$

Quitando llaves: $5x^2 + 2x - 5x^2 + 5x - 2x - 1$

Sumando términos semejantes, la solución es: $5x - 1$.

C) Tenemos $\{3x - 2[5 - 2(x + 2)] - 3\}^2 = ?$

Suprimiendo paréntesis: $\{3x - 2[5 - 2x - 4] - 3\}^2$

Eliminando corchetes: $\{3x - 10 + 4x + 8 - 3\}^2$

Agrupando términos semejantes: $\{7x - 5\}^2$

Desarrollando el binomio la solución es: $49x^2 - 70x + 25$

8. Dividir $2y^3 + 2y + 5y^2 - 1$ entre $y + 3$

PASO 1. Se ordenan los términos del dividendo y el divisor de mayor a menor, respecto al exponente de la variable:

$$y+3 \;\overline{)\; 2y^3 \quad +5y^2 \quad +2y \quad -1}$$

PASO 2. Se obtiene el primer término del cociente dividiendo el primer término del dividendo entre el primer término del divisor:

$$\begin{array}{r} 2y^2 \\ y+3 \;\overline{)\; 2y^3 \quad +5y^2 \quad +2y \quad -1} \end{array}$$

PASO 3. Se multiplica el primer término del cociente por todo el divisor y se resta algebraicamente del dividendo:

$$
\begin{array}{r|llll}
 & 2y^2 & & & \\
\hline
y+3 & 2y^3 & +5y^2 & +2y & -1 \\
 & -2y^3 & -6y^2 & & \\
\hline
 & & -y^2 & +2y &
\end{array}
$$

PASO 4. Al residuo se agrega el siguiente término del dividendo. La expresión así obtenida representa el nuevo dividendo y se repiten los pasos 2 y 3. Este proceso continúa hasta obtener un residuo menor que el divisor.

$$
\begin{array}{r|llll}
 & 2y^2 & -y & +5 & \\
\hline
y+3 & 2y^3 & +5y^2 & +2y & -1 \\
 & -2y^3 & -6y^2 & & \\
\hline
 & & -y^2 & +2y & \\
 & & +y^2 & +3y & \\
\hline
 & & & 5y & -1 \\
 & & & -5y & -15 \\
\hline
 & & & & -16
\end{array}
\quad = \text{Residuo}
$$

La solución es: $2y^2 - y + 5 - \dfrac{16}{y+3}$

9. El cuadrado de un polinomio es igual a la suma de los cuadrados de cada término por separado, más el doble producto de todos los términos tomados de dos en dos.

$$
\begin{aligned}
(x+3y-4)^2 &= (x)^2+(3y)^2+(-4)^2+2(x)(3y)+2(x)(-4)+2(3y)(-4) \\
&= x^2+9y^2+16+6xy-8x-24y
\end{aligned}
$$

10. Se eleva al cubo el primer término del binomio, se suma el triple producto del cuadrado del primer término por el segundo, luego se suma el triple producto del primer término por el cuadrado del segundo y finalmente se suma el cubo del segundo término del binomio.

$$
\begin{aligned}
(2x-3y)^3 &= (2x)^3+3(2x)^2(-3y)+3(2x)(-3y)^2+(-3y)^3 \\
&= 8x^3+3(4x^2)(-3y)+3(2x)(9y^2)-27y^3 \\
&= 8x^3-36x^2y+54xy^2-27y^3
\end{aligned}
$$

11.

A) Al factorizar $x^2-13x+40$, se busca un par de números cuyo producto sea +40 y sumen −13, sólo el par −5 y −8 reúne las condiciones.

$x^2 - 13x + 40 = (x - 5)(x - 8)$

B) De $4x^2 + 30x + 36$ se obtiene:

$2(2x^2 + 15x + 18) \Rightarrow (I)$

Trabajando con $2x^2 + 15x + 18$

$$\frac{2(2x^2+15x+18)}{2} = \frac{1}{2}(4x^2+15(2x)+18(2))$$

Se tienen que encontrar un par de números cuyo producto sea 36 y su suma 15. Los números que reúnen las condiciones son: 12 y 3

$$=\frac{1}{2}(2x+12)(2x+3)$$

$$=\frac{1}{2}(2(x+6)(2x+3))$$

$=(x + 6)(2x+3)$

Regresando a (I)

La respuesta es: $2(x+6)(2x+3)$

C) $x^4 – 625$

Se factoriza identificando una diferencia de cuadrados
$(x^2 - 25)(x^2 + 25)$
Se factoriza $x^2 – 25$ nuevamente, como una diferencia de cuadrados
$(x – 5)(x + 5)(x^2 + 25)$

D) $x^3 + 64$
Recordando el producto notable $(x^3 + a^3) = (x + a)(x^2 - ax + a^2)$ y observando que $64=(4)^3$, se tiene:

$(x+4)(x^2 - 4x + 16)$

E) Se agrupan los términos que contienen *x, y*
$$x^2 + 2xy + y^2 - 4 = \left(x^2 + 2xy + y^2\right) - 4$$

La agrupación es un binomio al cuadrado, al factorizarlo:
$$x^2 + 2xy + y^2 - 4 = \left(x + y\right)^2 - 4$$

Ahora tenemos una diferencia de cuadrados, al factorizarla obtenemos:
$$x^2 + 2xy + y^2 - 4 = \left(x + y + 2\right)\left(x + y - 2\right)$$

12. Dentro de cada radical, descomponemos cada término para encontrar aquellos que tienen raíz cuadrada exacta, los cuales salen del radical.

$$4\sqrt{12x^4y}-5\sqrt{3x^2y}+\sqrt{75x^6y^3} = 4\sqrt{4(3)x^4y}-5\sqrt{3x^2y}+\sqrt{25(3)x^6y^2y}$$

$$= 4(2x^2)\sqrt{3y}-5x\sqrt{3y}+5x^3y\sqrt{3y}$$

Notemos que $\sqrt{3y}$ existe en cada término, simplificando tenemos:

$$= (8x^2-5x+5x^3y)\sqrt{3y}$$

13.

A) Se pasa a exponente fraccionario:

$$\frac{\sqrt{5xy}}{\sqrt[3]{-x^2y}}=\frac{(5xy)^{1/2}}{(-x^2y)^{1/3}}$$

Para poder simplificar los exponentes fraccionarios, deben tener el mismo denominador, esto se logra haciendo:

$$\frac{1}{2}=\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{3}{3}\right)=\frac{3}{6}$$

$$\frac{1}{3}=\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{2}{2}\right)=\frac{2}{6}$$

$$=\frac{(5xy)^{3/6}}{(-x^2y)^{2/6}}$$

Se pasa a radicales.

$$=\frac{\sqrt[6]{(5xy)^3}}{\sqrt[6]{(-x^2y)^2}}$$

Como se tiene el cociente a un mismo radical:

$$=\sqrt[6]{\frac{(5xy)^3}{(-x^2y)^2}}$$

Simplificando.

$$=\sqrt[6]{\frac{125x^3y^3}{x^4y^2}}$$

La solución es:

$$=\sqrt[6]{\frac{125y}{x}}$$

B) $\dfrac{6x^{3/2}y^{4/3}z^{-1/5}}{5x^{4}y^{-3}z^{2}}$

Reordenando los factores con exponente negativo:

$$=\frac{6}{5}\frac{y^{4/3}y^{3}}{x^{4}\ x^{3/2}z^{2}z^{1/5}}$$

Simplificando:

$$=\frac{6}{5}\frac{y^{13/3}}{x^{11/2}z^{11/5}}$$

La solución es:

$$\frac{6}{5}\frac{\sqrt[3]{y^{13}}}{\sqrt[2]{x^{11}}\sqrt[5]{z^{11}}}$$

14. Para la suma de fracciones se tiene a *xy* como factor común:

$$\frac{\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{x}}{\dfrac{x+y}{x}+\dfrac{x+y}{y}}=\frac{\dfrac{x+y}{xy}}{\dfrac{y(x+y)+x(x+y)}{xy}}$$

Por división de fracciones (extremos por extremos y medios por medios), además de simplificar:

$$\frac{(x+y)(xy)}{[y(x+y)+x(x+y)](xy)}=\frac{(x+y)}{(x+y)(x+y)}$$

Solución: $\dfrac{1}{x+y}$

15.

A) Buscando el factor común de la expresión:

$$\frac{4}{a}-\frac{3}{3a+2}-\frac{2}{a(3a+2)} \qquad =\frac{4(3a+2)-3a-2}{a(3a+2)}$$

Simplificando:

$$=\frac{12a+8-3a-2}{a(3a+2)}=\frac{9a+6}{a(3a+2)}$$

$$= \frac{3(3a+2)}{a(3a+2)} = \frac{3}{a}$$

B) Buscando el factor común de la expresión: $\frac{3x^2 - 18x}{4x^2+8x+4} \times \frac{5x+40}{x^2+2x-48}$, y recordando que la multiplicación de fracciones es numerador por numerador y denominador por denominador se tiene:

$$= \frac{3(x^2 - 6x)}{4(x^2+2x+1)} \times \frac{5(x+8)}{(x+8)(x-6)}$$

Simplificando:

$$= \frac{3(x^2 - 6x)}{4(x+1)^2} \times \frac{5(x+8)}{(x+8)(x-6)}$$

$$= \frac{15x(x-6)(x+8)}{4(x+1)^2(x+8)(x-6)}$$

$$= \frac{15x}{4(x+1)^2}$$

C) Se tiene $\frac{3x+6}{x^2-9} \div \frac{x^2+5x+6}{5x-15}$, recordando que la división de fracciones es en forma cruzada

$$\frac{3(x+2)}{(x+3)(x-3)} \div \frac{(x+3)(x+2)}{5(x-3)}$$

$$\frac{15(x+2)(x-3)}{(x+3)(x-3)(x+3)(x+2)}$$

$$\frac{15}{(x+3)^2}$$

16. La solución se obtiene simplificando la expresión, sumando términos semejantes y despejando x:

$3x-(x+3) = x+4$

$3x-x-3 = x+4$

$3x-x-x = 3+4$

$x = 7$

17. Eliminando paréntesis:

$5x(x-3) - 4x^2 \leq x(x+1) + 112$

$5x^2 - 15x - 4x^2 \leq x^2 + x + 112$

$5x^2 - 4x^2 - x^2 - 15x - x \leq 112$

Sumando términos semejantes

$-16x \leq 112$

Recordando que el sentido de la desigualdad cambia si se multiplica o divide por un número negativo

$$x \geq \frac{112}{-16}$$

$x \geq -7$

18. Si el terreno tiene un perímetro de 400m y el frente mide 60m, entonces la longitud del cerco que no es frontal será de 340m.Supóngase que x es el precio por cada metro de cerco frontal. Entonces el precio por cada metro del resto del cerco será x – 2. En estas condiciones el costo de la cerca del frentes será 60x y el costo del resto de la cerca será de (340)(x-2).Consecuentemente el costo total será:

$60x+(340)(x-2) = 3720$

Resolviendo esta ecuación obtenemos:

$60x + 340x - 680 = 3720$

$400x = 4400$

$x = 11$

El precio unitario de la cerca frontal es de $11.00 y por lo tanto el resto de la cerca tendrá un precio unitario de $9.00.

19. Las raíces son $\frac{5}{6}$ y $\frac{-3}{2}$, entonces:

$$\left(x-\frac{5}{6}\right)\left(x+\frac{3}{2}\right)=0$$

Obteniendo el producto y simplificando:

$$x^2-\frac{5}{6}x+\frac{3}{2}x-\frac{15}{12}=0$$

$$x^2-\frac{5}{6}x+\frac{9}{6}x-\frac{15}{12}=0$$

$$x^2+\frac{4}{6}x-\frac{15}{12}=0$$

La ecuación es:

$$x^2+\frac{2}{3}x-\frac{5}{4}=0$$

20. Si se aplica la ecuación general a $3x^2 – 4x + 5 = 0$, tenemos a = 3, b = -4 y c = 5 el discriminante es

$b^2 – 4ac = (-4)^2 – 4(3)(5) = -44$

y sabemos que si
b^2-4ac < 0 la ecuación no tiene raíces reales
b^2-4ac = 0 la ecuación tiene dos soluciones reales iguales
b^2-4ac > 0 la ecuación tiene dos soluciones reales diferentes
Por lo tanto, como –44 < 0, la ecuación no tiene soluciones reales.

21. Si se trata de números consecutivos, entonces estos números son x y x+1, de acuerdo al problema:

$$(x)(x+1) = (x)+(x+1)+41$$

Simplificando términos:
$x^2+x = x+x+1+41$
$x^2+x = 2x+42$
$x^2+x-2x-42 = 0$
$x^2-x-42=0$
Factorizando
(x-7)(x+6)=0
$x_1 = 7$
$x_2 = -6$
Como se tiene la condición de que los números deben ser enteros positivos tenemos:
$x_1= 7$ y $x_1 + 1=8$
Por lo tanto, los números son: 7 y 8.

22. Sea x el pedido de la esposa
y el pedido del esposo

Ambos pedidos suman \$850, es decir: x+y = 850

De acuerdo al problema, al quitar los artículos de cada pedido:

$$\left(x-\frac{x}{9}\right)+\left(y-\frac{y}{8}\right)=850-100$$

$$\frac{8}{9}x+\frac{7}{8}y=750$$

Formamos un sistema de ecuaciones lineales:

$x+y=850$ .....ecuación 1

$\frac{8}{9}x+\frac{7}{8}y=750$ .....ecuación 2

Para resolver el sistema formado por las ecuaciones 1 y 2:
Despejamos de la ecuación 1 a y:
x+y = 850

$y = 850 - x$ ..... Ecuación 1a

Sustituimos el valor de y en la ecuación 2:

$$\frac{8}{9}x + \frac{7}{8}y = 750$$

$$\frac{8}{9}x + \frac{7}{8}(850 - x) = 750$$

Despejamos el valor de x del resultado anterior:

$$\frac{8}{9}x + \frac{5950}{8} - \frac{7}{8}x = 750$$

$$\frac{8}{9}x - \frac{7}{8}x = 750 - \frac{5950}{8}$$

$$\frac{64 - 63}{72}x = \frac{6000 - 5950}{8}$$

$$\frac{1}{72}x = \frac{50}{8}$$

$$x = \frac{50 \times 72}{8}$$

$$x = 450$$

Sustituimos en la ecuación 1a:

$y = 850 - 450$

$y = 400$

El valor del pedido original era de:
$450.00 el de la esposa
$400.00 el del esposo

23. Sea x = ancho del terreno
y = largo del terreno
xy = área del terreno

De acuerdo al problema:

$(x+10)(y-10) = xy+400$

$(x-5)(y+10) = xy-50$

Simplificando ambas expresiones:

$xy-10x+10y-100 = xy+400$

$xy-xy-10x+10y = 100+400$

$-x+y = 50$ .....Ecuación 1

$(x-5)(y+10)=xy-50$

$xy+10x-5y-50=xy-50$

$xy-xy+10x-5y=50-50$

$10x-5y=0$
$2x - y = 0$.....Ecuación 2

Despejamos el valor de y de la ecuación 1 y lo sustituimos en la ecuación 2:
$-x+y = 50$
$y = 50+x$
$2x - y = 0$
$2x-(50+x) = 0$
$2x - 50-x = 0$
$x - 50= 0$
$x = 50$

Sustituyendo en la ecuación 1:
$-50+y=50$
$y=50+50$
$y=100$

Ancho = 50 m
Largo = 100 m

UNIDAD III GEOMETRÍA PLANA

24. Sea θ un ángulo agudo

θs el ángulo suplementario de θ
θc el ángulo complementario de θ

Por definición sabemos que:
$\theta+\theta s = 180^o$ .....Ecuación 1
$\theta+\theta c = 90^o$ .....Ecuación 2
Despejamos θ de la ecuación 1 y lo sustituimos en la ecuación 2:
$\theta = 180°-\theta s$
$180°-\theta s+\theta c = 90°$
$\theta s-\theta c = 180°-90°$
$\theta s-\theta c = 90°$
Por lo tanto, la respuesta es 90º.

25. Sea β un ángulo y α su complemento, entonces:
$\beta+\alpha = 90^o$
Despejando β
$\beta = 90^o-\alpha$

Además:
$\beta = 2\alpha-18°$
Igualando:

$90º - \alpha = 2\alpha - 18°$

$90º + 18° = 3\alpha$

$\alpha = {}^{108º}\!/_{3} = 36º$

$\beta = 54°$

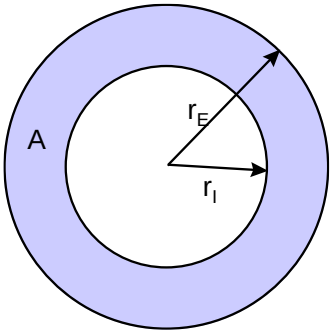
La respuesta es 54º, 36º

26. Sabemos que:

$r_E = r_I + \sqrt{2}$ ..... (1)

$A = \pi(r_E^2 - r_I^2)$ ..... (2)

$A = 2\pi + 6\sqrt{2}\,\pi$ ..... (3)



Igualando (2) y (3):

$2\pi + 6\sqrt{2}\,\pi = \pi(r_E^2 - r_I^2)$

Sustituyendo (1):

$\pi(2 + 6\sqrt{2}) = \pi((r_I + \sqrt{2})^2 - r_I^2)$

$\pi(2 + 6\sqrt{2}) = \pi(r_I^2 + 2\sqrt{2}\,r_I + 2 - r_I^2)$

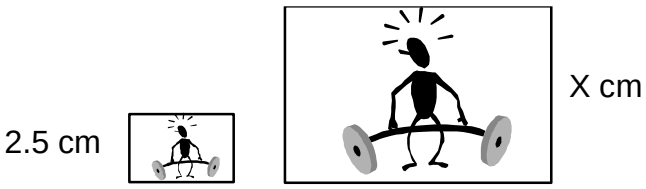
$2 + 6\sqrt{2} = 2\sqrt{2}\,r_I + 2$

$r_I = \dfrac{2 + 6\sqrt{2} - 2}{2\sqrt{2}}$

$r_I = 3$

$r_E = 3 + \sqrt{2}$

27. Para conocer el perímetro, necesitamos conocer la longitud de los lados de la fotografía:



$\dfrac{x}{2.5} = \dfrac{26}{6.5}$

$x = \dfrac{2.5(26)}{6.5}$

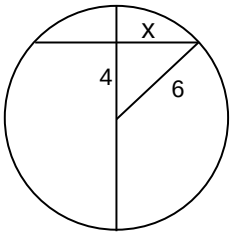
$x = 10$

Perímetro = 2(26)+2(10) = 72 cm.

28. La cuerda mayor de una circunferencia es su diámetro y éste es el doble del radio, por lo tanto, la respuesta es 10.

29. Sabemos que el diámetro del círculo es 12=(10+2), por lo tanto, su radio es 6, podemos obtener el valor de x resolviendo el triángulo rectángulo que se forma dentro del círculo:

$$x = \sqrt{6^2 - 4^2}$$
$$x = \sqrt{36 - 16}$$
$$x = \sqrt{20}$$



30. De la figura tenemos que:

El volumen total de la figura se obtiene a partir de la suma del volumen del cono más el volumen de la semiesfera

Volumen del cono: $V = \frac{1}{3}\pi(4)^2(15) = 80\pi$

Volumen de la semiesfera: $V = \frac{1}{2}\left(\frac{4}{3}\pi(4)^3\right) = \frac{128}{3}\pi$

Volumen total: $V = 80\pi + \frac{128}{3}\pi = \frac{368}{3}\pi$

UNIDAD IV TRIGONOMETRÍA

31. Para verificar estas identidades, se deben conocer las siguientes identidades trigonométricas fundamentales:

- Identidades recíprocas: 1) $\csc x = \frac{1}{\operatorname{sen} x}$
  2) $\sec x = \frac{1}{\cos x}$
  3) $\cot x = \frac{1}{\tan x}$
- Identidades del cociente: 4) $\tan x = \frac{\operatorname{sen} x}{\cos x}$
  5) $\cot x = \frac{\cos x}{\operatorname{sen} x}$
- Identidades pitagóricas: 6) $\operatorname{sen}^2 x + \cos^2 x = 1$
  7) $\tan^2 x + 1 = \sec^2 x$
  8) $1 + \cot^2 x = \csc^2 x$

A) Sustituyendo las identidades 1 y 2:

$$\frac{\text{senx}}{\frac{1}{\text{senx}}}+\frac{\text{cosx}}{\frac{1}{\text{cosx}}}=1$$

Simplificando:

$$\frac{\text{senx}(\text{senx})}{1}+\frac{\text{cosx}(\text{cosx})}{1}=1$$

$$\text{sen}^2\text{x}+\cos^2\text{x}=1$$

Por la identidad 6:

$$1=1$$

B) Se aplican las identidades 5 y 2:

$$\frac{\frac{\text{cosx}}{\text{senx}}\text{cosx}}{\left(\frac{1}{\text{senx}}\right)^2-1}=\text{senx}$$

$$\frac{\frac{\cos^2\text{x}}{\text{senx}}}{\frac{1}{\text{sen}^2\text{x}}-1}=\text{senx}$$

$$\frac{\frac{\cos^2\text{x}}{\text{senx}}}{\frac{1-\text{sen}^2\text{x}}{\text{sen}^2\text{x}}}=\text{senx}$$

Utilizamos ahora la identidad 6:

$$\frac{\frac{\cos^2\text{x}}{\text{senx}}}{\frac{\cos^2\text{x}}{\text{sen}^2\text{x}}}=\text{senx}$$

$$\frac{\cos^2\text{x}(\text{sen}^2\text{x})}{\text{senx}(\cos^2\text{x})}=\text{senx}$$

$$\text{senx}=\text{senx}$$

C) Con las identidades 4, 5 y 6

$$\frac{1}{\frac{\text{senx}}{\text{cosx}}+\frac{\text{cosx}}{\text{senx}}}=\text{senxcosx}$$

$$\frac{1}{\frac{\text{sen}^2\text{x}+\text{cos}^2\text{x}}{\text{cosxsenx}}}=\text{senxcosx}$$

$$\frac{\text{cosxsenx}}{1}=\text{senxcosx}$$

$$\text{senxcosx} = \text{senxcosx}$$

32. Aplicando el teorema de Pitágoras al triángulo rectángulo de la figura:
$|\text{AB}| = \sqrt{\text{x}^2+1}$

Ahora utilizando las definiciones de las funciones trigonométricas en el triángulo rectángulo:

$$\text{sen}\theta = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\cos\theta = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\text{sen}\theta = \frac{1}{\sqrt{\text{x}^2+1}}\ ; \qquad \cos\theta = \frac{\text{x}}{\sqrt{\text{x}^2+1}}$$

33. Sabemos que $|\text{AC}| = 1.52$, si $|\text{BC}| = \text{x}$ entonces $|\text{AB}| = 1.52 - \text{x}$.

Aplicando la función trigonométrica $\tan\theta = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}}$ a los triángulos ABD y BCE tenemos:

$$\tan\theta = \frac{|\text{AD}|}{|\text{AB}|} = \frac{0.73}{1.52-\text{x}} \qquad \text{..}(1)$$

$$\tan\theta = \frac{|\text{CE}|}{|\text{BC}|} = \frac{1}{\text{x}} \qquad \text{..}(2)$$

Igualando (1) y (2) para obtener el valor de x:

$$\frac{0.73}{1.52-\text{x}} = \frac{1}{\text{x}}$$

$0.73\text{x} = 1.52 - \text{x}$

$0.73\text{x} + \text{x} = 1.52$

$1.73\text{x} = 1.52$

$$x = \frac{1.52}{1.73}$$

x=0.8786 m

Sustituyendo x en (1):

$$\tan\theta = \frac{0.73}{1.52 - 0.8786} = \frac{0.73}{0.6414} = 1.1381$$

θ = ARC tan(1.1381) = 48.69º

34. Primeramente debemos encontrar la distancia que ha recorrido cada tren. De las 10:00 A.M. a las 10:40 A.M., han transcurrido 40 minutos:

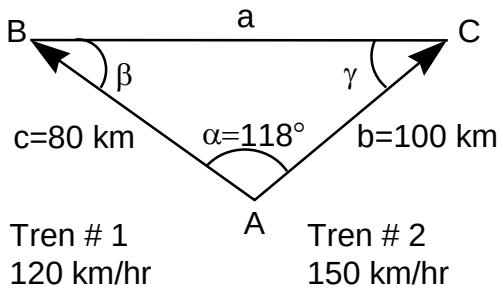
$$\Rightarrow \qquad 40\text{min}\, x \frac{1\text{hr}}{60\text{min}} = \frac{4}{6}\text{hr} = \frac{2}{3}\text{hr}$$

Por lo tanto, la distancia $|AB|$ recorrida por el tren # 1 a 120 km/hr y en $\frac{2}{3}$hr es:

$$|AB| = 120\frac{\text{km}}{\text{hr}} \times \frac{2}{3}\text{hr} = 80\,\text{km}$$

La distancia $|AC|$ recorrida por el tren # 2 a 150 km/hr y en $\frac{2}{3}$hr es:

$$|AC| = 150\frac{\text{km}}{\text{hr}} \times \frac{2}{3}\text{hr} = 100\,\text{km}$$



Por lo tanto, la distancia $|BC|$ que nos representa la distancia entre los trenes a las 10:40 A.M., la podemos obtener aplicando la ley de los cosenos:

$|BC|^2 = a^2 \quad = b^2 + c^2 - 2bc(\cos\alpha)$

$= (100)^2 + (80)^2 - 2(100)(80)\cos 118º$

$|BC| = \sqrt{16400 - 7511.545} = \sqrt{8888.4550}$

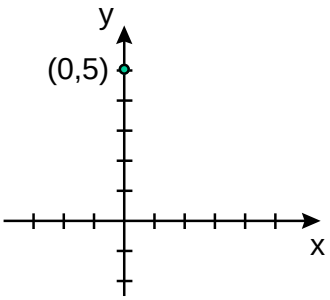
$= 94.2786$ km

35. De acuerdo a la forma de la ecuación de la recta en su forma pendiente-ordenada al origen (y = mx+b):

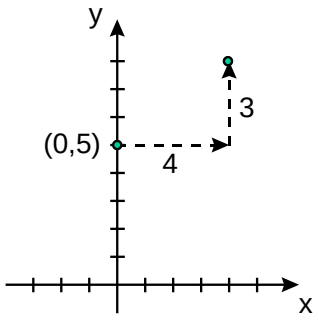
m = 3/4

b = 5

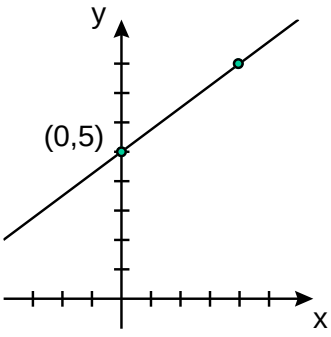
Localizamos el punto (0,b), es decir (0,5) en el plano cartesiano:



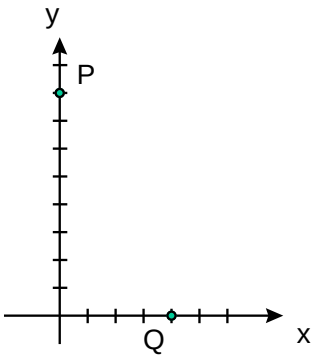
A partir de este punto y de acuerdo a la pendiente m = 3/4, contamos 4 unidades a la derecha y 3 hacia arriba:



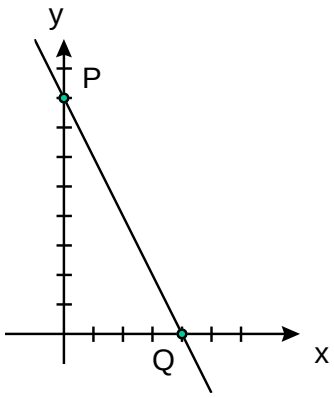
Finalmente trazamos una recta uniendo estos puntos:



36. Localizamos ambos puntos (P y Q) en el plano cartesiano:



Y trazamos una recta que pase por ambos puntos:



37. Tenemos los puntos M(–5,4) y N(6,–3), también conocemos la fórmula para calcular la pendiente dados dos puntos:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Sustituyendo:

$$m = \frac{-3-4}{6-(-5)} = \frac{-7}{6+5} = -\frac{7}{11}$$

A) La recta paralela:

Sabemos que la pendiente de la paralela es la misma pendiente que la de la recta original, y como se conoce la fórmula de la ecuación punto pendiente y tenemos la pendiente que es $m = -\frac{7}{11}$ y que pasa por el punto O(2, -1) entonces la recta paralela será:

$$(y-(-1)) = -\frac{7}{11}(x-2)$$

$$(y+1) = -\frac{7}{11}(x-2)$$
$$(y+1) = -\frac{7}{11}x + \frac{14}{11}$$
$$y = -\frac{7}{11}x + \frac{14}{11} - 1$$
$$y = -\frac{7}{11}x + \frac{3}{11}$$

B) La recta perpendicular:

Sabemos que la pendiente de la recta perpendicular está dada por

$$m_{\perp} = -\frac{1}{m} = -\frac{1}{-\frac{7}{11}} = \frac{11}{7}$$

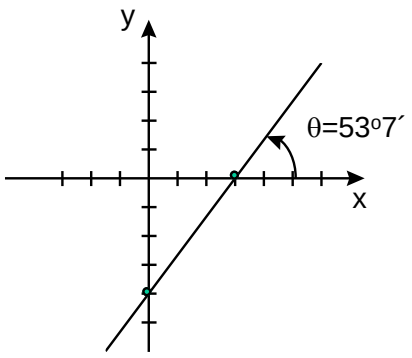
Por lo tanto, su ecuación será:

$$(y-(-1)) = \frac{11}{7}(x-2)$$
$$(y+1) = \frac{11}{7}(x-2)$$
$$(y+1) = \frac{11}{7}x - \frac{22}{7}$$
$$y = \frac{11}{7}x - \frac{22}{7} - 1$$
$$y = \frac{11}{7}x - \frac{29}{7}$$

38. Para encontrar el ángulo de inclinación de $4x-3y-12=0$, debemos encontrar la pendiente, ya que:
$m=\tan\theta$

Despejando y de la ecuación dada:
$-3y = -4x+12$
$$y = \frac{-4}{-3}x + \frac{12}{-3}$$
$$y = \frac{4}{3}x - 4$$
Por lo tanto:
$m = 4/3$ y $b = -4$
$\tan\theta = 4/3$
$\theta = \tan^{-1}(4/3)$
$\theta = 53.13^{\circ} = 53^{\circ}\ 7'$

Para graficar, utilizamos el mismo procedimiento que en el ejercicio 35:



39. Para obtener el punto de intersección, resolvemos el sistema de ecuaciones:

x+4y = 7 .....Ecuación 1
2x+3y = 4 .....Ecuación 2
Multiplicamos (1) por −2:
(x+4y = 7)(−2)
−2x−8y = −14

Y lo sumamos con (2):

$$\begin{array}{rrcr} -2x & -8y & = & -14 \\ 2x & +3y & = & 4 \\ \hline & -5y & = & -10 \end{array}$$

$$\therefore \quad y = \frac{-10}{-5} = 2$$

Al sustituir y en la ecuación 1
x + 4(2) = 7
x = 7 − 8 = −1
El punto de intersección es (−1,2)

Operaciones auxiliares para el trazo:
Recta 1: x+4y=7

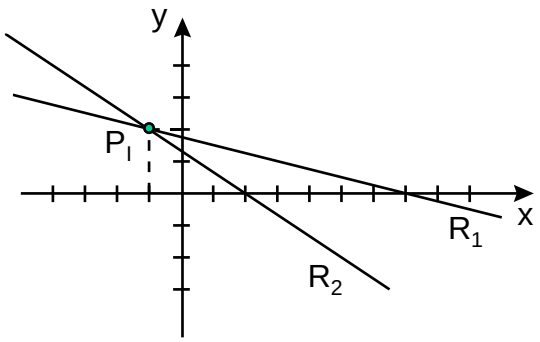
$$y = \frac{-x}{4} + \frac{7}{4}$$

$$m_1 = -\frac{1}{4} \quad y \quad b_1 = \frac{7}{4}$$

Recta 2: 2x+3y = 4

$$y = \frac{-2x}{3} + \frac{4}{3}$$

$$m_2 = -\frac{2}{3} \quad y \quad b_2 = \frac{4}{3}$$



40. Como el ángulo entre dos rectas se determina mediante la fórmula:

$$\tan\alpha = \frac{m_2 - m_1}{1 + m_1 m_2}$$

Debemos encontrar las pendientes de las rectas dadas:

Recta 1: $2x+3y-7 = 0$

$$y = \frac{-2}{3}x + \frac{7}{3}$$

$$m_1 = \frac{-2}{3} \quad y \quad b_1 = \frac{7}{3}$$

Recta 2: $2x-2y-2 = 0$

$$y = x-1$$

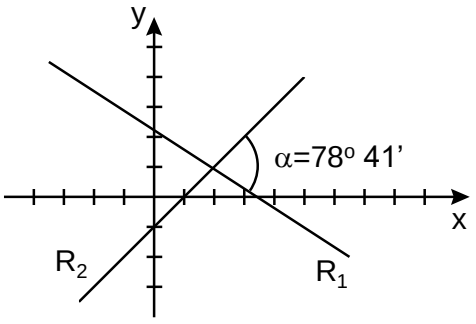
$$m_2 = 1 \quad y \quad b_2 = -1$$

Sustituyendo:

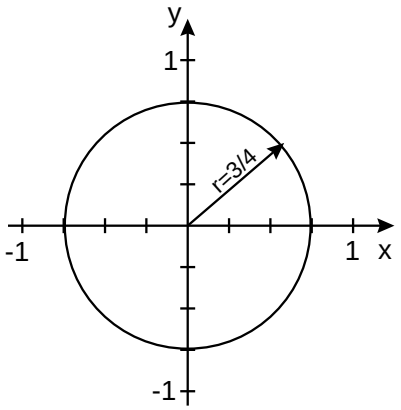
$$\tan\alpha = \frac{1-\left(\frac{-2}{3}\right)}{1+\left(\frac{-2}{3}\right)(1)} = \frac{\frac{3}{3}+\frac{2}{3}}{\frac{3}{3}-\frac{2}{3}} = \frac{\frac{5}{3}}{\frac{1}{3}} = \frac{15}{3} = 5$$

$\alpha = \tan^{-1}(5)$

$\alpha = 78^o\ 41'$



41. Sabemos que C(0,0) y r = $\frac{3}{4}$, sustituimos en la ecuación de la circunferencia, con centro en el origen:



$x^2+y^2 = r^2$

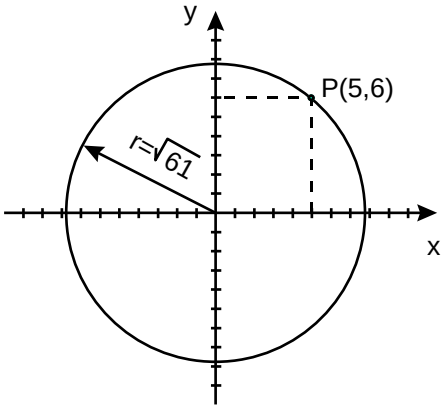
$x^2 + y^2 = \left(\frac{3}{4}\right)^2$

$x^2 + y^2 = \frac{9}{16}$

$16x^2 + 16y^2 = 9$

$16x^2 + 16y^2 - 9 = 0$

42. Sabemos que C(0,0) y que pasa por el punto P(5,6), el radio será la distancia entre C y P:



$r = \sqrt{(5-0)^2 + (6-0)^2}$

$r = \sqrt{25+36}$

$r = \sqrt{61}$

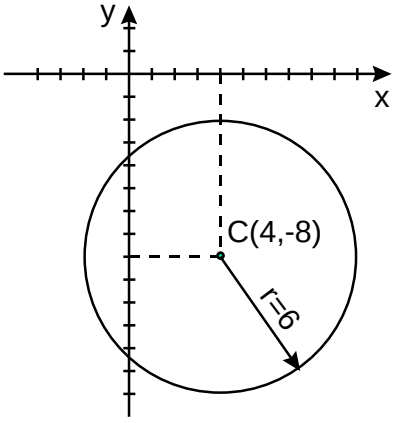
Sustituyendo en la ecuación de la circunferencia:

$x^2+y^2 = r^2$

$x^2+y^2 = 61$

$x^2+y^2-61= 0$

43. Conocemos C(4,–8) y r=6, sustituyendo en la forma de la ecuación de la circunferencia, cuyo centro no está en el origen:



$(x-x_c)^2+(y-y_c)^2 = r^2$

$(x-4)^2+(y-(-8))^2 = (6)^2$

$(x-4)^2+(y+8)^2 = (6)^2$

$x^2-8x+16+y^2+16y+64 = 36$

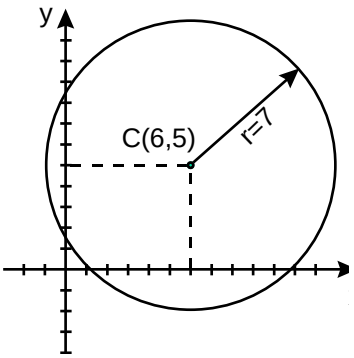
$x^2+y^2-8x+16y+80-36 = 0$

$x^2+y^2-8x+16y+44 = 0$

44. Teniendo:
$x^2+y^2-12x-10y+12 = 0$

Agrupando los términos en x y los términos en y:
$(x^2-12x)+(y^2-10y) = -12$

Completamos trinomios cuadrados perfectos, sin olvidar sumar las cantidades adecuadas al otro lado de la igualdad a fin de no afectar el resultado:
$(x^2-12x+36)+(y^2-10y+25) = -12+36+25$
$(x-6)^2+(y-5)^2 = 49$



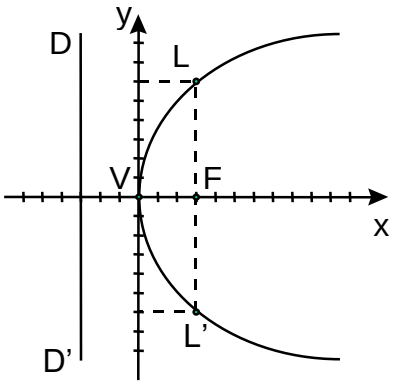
C(6, 5) r = 7

45.

A). Se tiene que:
$y^2 = 4px$ y $F(p,0)=(3,0)$

Entonces:
$y^2 = 4(3)x$
$y^2 = 12x$
$y^2-12x = 0$

Directriz:
$x = -p$
$x = -3$
$x + 3 = 0$



Lado recto:
$L'L = |4p|$
$L'L = 4(3)$
$L'L = 12$ ul

B). La distancia entre los extremos del lado rectos es 4a, que en este caso tiene un valor de 8.

Para encontrar el vértice podemos tomar como referencia el foco que lo encontramos en el punto medio de los extremos del lado recto, y en este caso está en: f(5, 1).

Teniendo el foco y sabiendo que la parábola abre a la izquierda, tenemos que el vértice tendrá la misma ordenada que el foco y su abscisa quedará a a=2 unidades a la derecha de la abscisa del foco. El vértice estará entonces en v(7, 1).

Por lo tanto, la ecuación de la parábola estará dada por $(y - 1)^2 = -8(x - 7)$

C) La mitad del lado recto es la distancia del foco a uno de los extremos de éste, así que 2a = 6.

El vértice tiene la misma abscisa del foco y su ordenada está a a=3 unidades bajo el foco.

El vértice tendrá entonces coordenadas v(2, -4) y la ecuación de la parábola estará dada por $(x - 2)^2 = 12 (y + 4)$

46.

A) Se tiene:

$9x^2 + 4y^2 = 36$

Se divide entre 36

$$\frac{9x^2}{36} + \frac{4y^2}{36} = \frac{36}{36}$$

Y se obtiene su forma ordinaria

$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$$

Entonces

$a^2 = 9$, $b^2 = 4$

$a = 3$, $b = 2$

El valor de c se obtiene de:

$c^2 = a^2 - b^2$

$c^2 = 3^2 - 2^2$

$c^2 = 9 - 4$

$c = \sqrt{5}$

Conociendo los valores a, b y c se tienen los vértices

V(0, 3) y V' (0, -3)

y los puntos de los focos

F(0, $\sqrt{5}$) y F'(0, -$\sqrt{5}$)

B). La longitud de los ejes mayor y menor es:

$2a = (2)(3) = 6$

$2b = (2)(2) = 4$

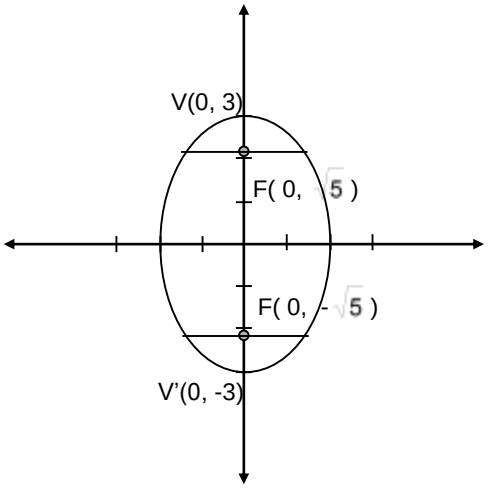
C) Excentricidad:

$$e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

Longitud del lado recto:

$$\frac{2b^2}{a} = \frac{2(2)^2}{3} = \frac{8}{3}$$

D). La gráfica:



47.

A). Se tiene:

$16x^2 + 25y^2 = 400$

Se divide entre 400

$$\frac{16x^2}{400} + \frac{25y^2}{400} = \frac{400}{400}$$

se obtiene su forma ordinaria

$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$$

Entonces

$a^2 = 25$, $b^2 = 16$

$a = 5$, $b = 4$

El valor de c se obtiene de:

$c^2 = a^2 - b^2$

$c^2 = 25 - 16$

$c^2 = 9$

$c = \pm 3$

Conociendo los valores a, b y c se tienen los vértices

V(5, 0) y V' (-5, 0)

y los puntos de los focos

F(3,0) y F'(-3, 0)

B). La longitud de los ejes mayor y menor es:

$2a = (2)(5) = 10$

$2b = (2)(4) = 8$

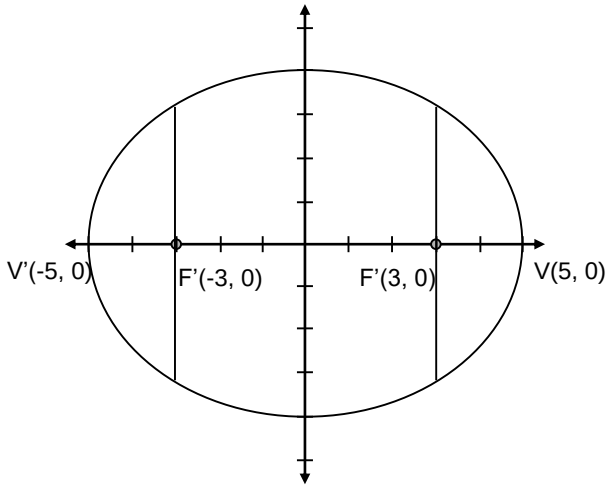
C). Excentricidad:

$$e = \frac{c}{a} = \frac{3}{5}$$

Longitud del lado recto:

$$\frac{2b^2}{a} = \frac{2(16)}{5} = \frac{32}{5}$$

D). La gráfica:



48.

A). Se tiene:

$9x^2 - 4y^2 = 36$

Se divide entre 36

$$\frac{9x^2}{36} - \frac{4y^2}{36} = \frac{36}{36}$$

Y se obtiene su forma ordinaria

$$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$$

Entonces

$a^2 = 4$, $b^2 = 9$

$a = 2$, $b = 3$

El valor de c se obtiene de:

$c^2 = a^2 + b^2$

$c^2 = 2^2 + 3^2$

$c^2 = 4 + 9$

$$c = \pm\sqrt{13}$$

Conociendo los valores a, b y c se tienen los vértices

V(2, 0) y V' (-2, 0)

y los puntos de los focos

F($\sqrt{13}$, 0) y F'(-$\sqrt{13}$, 0)

B). La longitud de los ejes transverso y conjugado es:
$2a = (2)(2) = 4$
$2b = (2)(3) = 6$

C). Excentricidad:

$$e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{13}}{2}$$

Longitud del lado recto:

$$\frac{2b^2}{a} = \frac{2(9)}{2} = 9$$

UNIDAD VI CÁLCULO DIFERENCIAL

49. Sabemos que las funciones algebraicas son aquellas que involucran polinomios en cualquier orden, o expresiones con radicales o bien exponentes fraccionarios. A partir de estas características podemos decir que:

I) Son funciones algebraicas racionales las que se pueden representar como: $\frac{f(x)}{g(x)}$, donde f y g son polinomios

ii) Son funciones algebraicas irracionales aquellas que involucran radicales de polinomios o expresiones con exponentes fraccionarios.

iii) Son funciones trascendentes aquellas que no están relacionadas con polinomios como las trigonométricas, logaritmos y exponencial, entre otras.

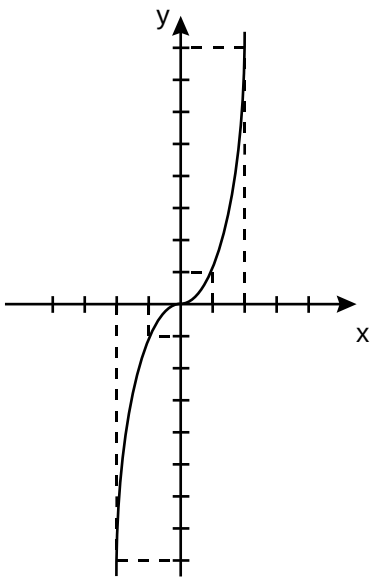
A) Algebraica racional
B) Algebraica racional
C) Algebraica irracional
D) Trascendente

50. Sustituimos el valor x=2 en la ecuación:

$y = 2^2 + 3(2)^2 - 5(2) + 3$
$y = 4 + 12 - 10 + 3$
$y = 9$

51.

x	Y
3	27
2	8
1	1
0	0
-1	-1
-2	-8
-3	-27



52. Para resolver este límite, no podemos sustituir el valor de 2, ya que nos quedaría la indeterminación $\left(\frac{0}{0}\right)$, por lo que debemos resolver la indeterminación y después evaluar la función con el valor de 2:

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^2-4}{x-2}=\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)(x+2)}{x-2}$$
$$=\lim_{x\to 2}(x+2)$$
$$=4$$

53. Al igual que en el caso anterior, si sustituimos directamente el valor de 0, obtenemos una indeterminación, para resolver la indeterminación, se divide cada término del numerador entre x, y simplificando:

$$f(x)=\frac{7x^4-4x^3+8x}{x}$$
$$f(x)=\frac{7x^4}{x}-\frac{4x^3}{x}+\frac{8x}{x}$$
$$f(x)=7x^3-4x^2+8$$

Entonces, resolviendo el límite obtenemos lo siguiente:

$$\lim_{x\to 0}\frac{7x^4-4x^3+8x}{x}=\lim_{x\to 0}7x^3-4x^2+8$$
$$=0-0+8$$
$$=8$$

54. Se aplica la fórmula $d\left(\frac{u}{v}\right)=\frac{vdu-udv}{v^2}$

$$f(x)=\frac{x^2-2}{x^2+2}$$

Sea:
$u = x^2 - 2$ $\qquad$ $v = x^2 + 2$
$du = 2x$ $\qquad$ $dv = 2x$

Sustituyendo en la fórmula:

$$f'(x)=\frac{(x^2+2)(2x)-(x^2-2)(2x)}{(x^2+2)^2}=\frac{2x^3+4x-2x^3+4x}{(x^2+2)^2}=\frac{8x}{(x^2+2)^2}$$

Entonces:

$$f'(x)=\frac{8x}{(x^2+2)^2}$$

Como x = 2 se sustituye:

$$f'(x)=\frac{8x}{(x^2+2)^2}=\frac{8(2)}{\left[(2)^2+2\right]^2}=\frac{16}{36}=\frac{4}{9}$$

$$f'(2)=\frac{4}{9}$$

55. Se aplica la fórmula $\frac{d(e^u)}{dx}=e^u\frac{du}{dx}$:

$$f(x) = e^{4x^2+1}$$

Sea:
$u=4x^2+1$
$du=8x$

Sustituyendo en la fórmula:

$$\frac{d}{dx}(e^{4x^2+1})=e^{4x^2+1}\frac{d}{dx}(4x^2+1)=e^{4x^2+1}(8x)=8xe^{4x^2+1}$$

$$\therefore f'(x)=8xe^{4x^2+1}$$

Ahora sustituyendo x = 1 tenemos:

$f'(1) = 8(1)e^{4(1)^2+1} = 8e^5$
$f'(1) = 8e^5$

56. Para obtener los máximos y mínimos, debemos obtener la primera derivada de la función, igualarla a 0 y obtener el valor de la variable:

$y = 2x^2 - 4x$
$y' = 4x - 4$
$4x - 4 = 0$
$4x = 4$
$\therefore x = \frac{4}{4} = 1$

Esto quiere decir, que en x=1 existe un máximo o un mínimo. Para saber si es máximo o mínimo empleamos el siguiente criterio.
Si al sustituir x en la segunda derivada y'' se tiene que

y'' < 0 Tenemos un máximo
y'' = 0 No hay criterio para decidir
y'' > 0 Tenemos un mínimo

En este caso y'' = 4 > 0; por lo tanto, hay un mínimo y la ordenada del punto se obtiene sustituyendo el valor de x en $y= 2x^2 - 4x$.

Por lo tanto, el mínimo está en (1, -2)

57. Función original:
$y = -x^2$

Derivando:
$y' = -2x$

Igualando a 0:
$-2x = 0$
$x = 0$

Por lo tanto, en x = 0 existe un valor crítico (máximo o mínimo).

y'' = -2 < 0 por lo que la función tiene un máximo en x = 0 y este punto será (0, 0)

58.

Los puntos A y E son puntos de inflexión
Los puntos B y D son puntos de la función
El punto C es un mínimo
El punto F es un máximo

59. Pasando el radical a exponente fraccionario y aplicando la fórmula $\int u^n du = \frac{u^{n+1}}{n+1} + c$

A)

$$\int \sqrt[3]{x^4} = \int x^{4/3} dx$$

$$= \frac{x^{4/3+1}}{\frac{4}{3}+1}$$

$$= \frac{x^{\frac{4}{3}+\frac{3}{3}}}{\frac{4}{3}+\frac{3}{3}} + c$$

$$= \frac{x^{7/3}}{\frac{7}{3}} + c$$

$$= \frac{3}{7} x^{7/3} + c$$

B) Usando la fórmula $\int \frac{dv}{v} = Lnv + c$

$$\int \frac{(x+1)}{x^2+2x} dx$$

$$v = x^2 + 2x$$

$$dv = (2x+2)dx = 2(x+1)dx$$

$$\frac{dv}{2} = (x+1)dx$$

Sustituyendo en la fórmula

$$\frac{1}{2}\int \frac{dv}{v} = \frac{1}{2} Lnv + c$$

$$= \frac{1}{2} Ln(x^2 + 2x) + c$$

$$= Ln\ (x^2 + 2x)^{1/2} + c$$

60.

A)

$$\int_1^3 x\,dx = \left.\frac{x^2}{2}\right|_1^3$$

$$= \frac{(3)^2}{2} - \frac{(1)^2}{2}$$

$$= \frac{9}{2} - \frac{1}{2}$$

$$= \frac{8}{2} = 4$$

B)

$$\int_{-1}^0 x^2\,dx = \left.\frac{x^3}{3}\right|_{-1}^0$$

$$= \frac{(0)^3}{3} - \left[\frac{(-1)^3}{3}\right]$$

$$= -\left[-\frac{1}{3}\right] = \frac{1}{3}$$

61. Resolvemos la integral y la evaluamos:

$$\int_0^a x^2\,dx = \left.\frac{x^3}{3}\right|_0^a$$

$$= \frac{a^3}{3} - \frac{0^3}{3}$$

$$= \frac{a^3}{3}$$

Como

$$\int_0^a x^2\,dx = \frac{a^3}{3} = 9$$

Despejamos el valor de a:

$$\frac{a^3}{3} = 9$$

$$a^3 = 9(3)$$

$$a = \sqrt[3]{27}$$

$$a = 3$$

FÍSICA

GENERALIDADES

1. A) Metro, Kilogramo, Segundo (m,k,s)

2. Como 1 min = 60 s y 1rev = 2π rad

$$v = \left(60\frac{\text{rev}}{\text{min}}\right)\left(\frac{1\text{min}}{60\text{ s}}\right)\left(\frac{2\pi\text{ rad}}{1\text{rev}}\right) = 6.283\frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

3. Como 1 Km = 1000 m y 1 h = 3600 s

$$v = \left(120\frac{\text{Km}}{\text{h}}\right)\left(\frac{1000\text{ m}}{1\text{Km}}\right)\left(\frac{1\text{h}}{3600\text{ s}}\right) = 33.3\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

4.

$$\frac{(7.50\,x\,10^{4})\,(3.20\,x\,10^{7})}{4\,x\,10^{4}} = 6\,x10^{4}\,x10^{-4}\,x10^{7} = 6\,x10^{7}$$

5.

$$\frac{(6.28\,x\,10^{9})\div(4.35\,x10^{8})}{4\,x\,10^{9}} = \frac{1.44\,x10}{4\,x10^{9}} = 0.36\,x10^{-8}$$

6. B) (r, θ)

7. A) La magnitud del vector y el ángulo que forma éste con el eje positivo x.

8. x = rcosθ, y = rsenθ

9. Como P(x, y) = (2 , 5) y

$$r = \sqrt{x^{2} + y^{2}}$$

$$\theta = \tan^{-1}\frac{y}{x}$$

Sustituyendo en las fórmulas

$$r = \sqrt{(2)^{2} + (5)^{2}} = \sqrt{29} = 5.38$$

$$\theta = \tan^{-1}\frac{5}{2} = 68.2$$

Es decir, el punto (2, 5) tiene las coordenadas polares (5.38, 68.2º)

10. Como $F_x = F\cos\alpha = 100N \cos 120° = 100N\ (-0.5) = -50N$

$F_y = F\text{sen}\alpha = 100N\ \text{sen}120º = 100N(0.87) = 87N$

11.

DATOS:

$F_1 = 30\ N$
$F_2 = 40N$
$F_R = ?$

Fórmula

$$F_R = \sqrt{F_1^{\,2} + F_2^{\,2}}$$

Sustitución

$$F_R = \sqrt{(30N)^2 + (40N)^2}$$

$$F_R = \sqrt{900N^2 + 1600N^2}$$

$$F_R = \sqrt{2500N^2}$$

$$F_R = 50N$$

12. Como $\vec{F_R} = \vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3}$

$$F_R = \sqrt{\left(\sum F_x\right)^2 + \left(\sum F_y\right)^2} \qquad \alpha = \tan^{-1}\left(\frac{\sum F_y}{\sum F_x}\right)$$

$F_x = F \cos \theta$
$F_y = F \text{ sen } \theta$

Se descompone cada una de las fuerzas en sus componentes rectangulares y tenemos:

$F_{1x} = F_1 \cos 35° = 25N\ (0.8191) = 20.48\ N$
$F_{1y} = F_1 \text{ sen } 35° = 25N\ (0.5736) = 14.34\ N$
$F_{2x} = F_2 \cos 50° = 35N\ (0.6428) = 22.5\ N$
$F_{2y} = F_2 \text{ sen } 50° = 35N\ (0.7660) = 26.81\ N$
$F_{3x} = F_3 \cos 115° = 50N\ (-0.4226) = -21.13\ N$
$F_{3y} = F_3 \text{ sen } 115° = 50N\ (0.9063) = 45.31\ N$

Se obtiene la suma de las componentes

$$\sum F_x = 20.48\ N + 22.5N - 21.13\ N = 21.85\ N$$

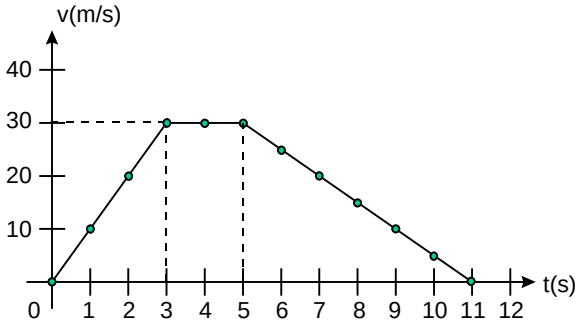
$$\sum Fy = 14.34\ N + 26.81\,N + 45.31\,N = 86.46\ N$$

$$F_R = \sqrt{(21.85N)^2 + (86.46N)^2} \qquad \alpha = \tan^{-1}\left(\frac{86.46}{21.85}\right)$$

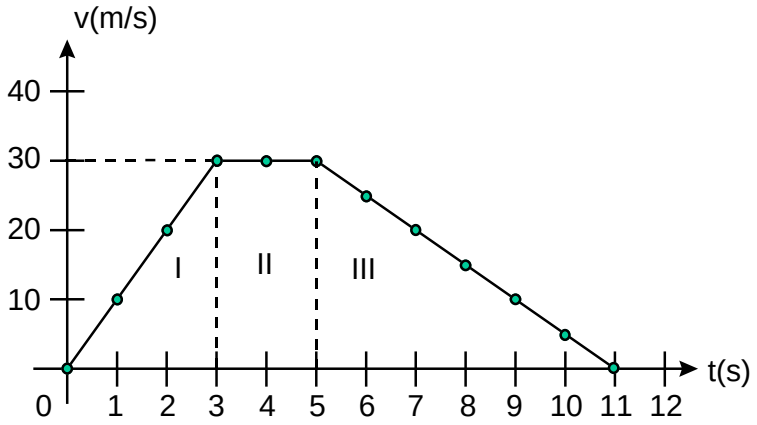
F_R= 89.18N α = 76.13°

MECÁNICA

13.



14. El área total, es la suma de las áreas I, II, y III



$$A_I = \frac{b_1 \cdot h_1}{2} = \frac{(3s)(30m/s)}{2} = 45m$$

$A_{II} = b_2 \cdot h_2 = (2s)(30m/s) = 60m$

$$A_{III} = \frac{b_3 \cdot h_3}{2} = \frac{(6s)(30m/s)}{2} = \frac{180}{2} = 90m$$

$A_T = A_I + A_{II} + A_{III} = 45m + 60m + 90m = 195\ m$

15. $\bar{v}_1 = \dfrac{v_i + v_f}{2} = \dfrac{0\,\frac{m}{s} + 30\,\frac{m}{s}}{2} = 15\,\dfrac{m}{s}$

$\bar{v}_2 = \dfrac{v_i + v_f}{2} = \dfrac{30\,\frac{m}{s} + 30\,\frac{m}{s}}{2} = 30\,\dfrac{m}{s}$

$\bar{v}_3 = \dfrac{v_i + v_f}{2} = \dfrac{30\,\frac{m}{s} + 0\,\frac{m}{s}}{2} = 15\,\dfrac{m}{s}$

16. $d_1 = \bar{v}_1\, t_1 = \left(15\,\dfrac{m}{s}\right)(3\,s) = 45\,m$

$d_2 = \bar{v}_2\, t_2 = \left(30\,\dfrac{m}{s}\right)(2\,s) = 60\,m$

$d_3 = \bar{v}_3\, t_3 = \left(15\,\dfrac{m}{s}\right)(6\,s) = 90\,m$

17. $d = d_1 + d_2 + d_3 = (45 + 60 + 90)\,m = 195\,m$

18. Datos

$\vec{d}_1 = 3m$, $\alpha = 0°$

$\vec{d}_2 = 4m$, $\beta = 90°$

$$\vec{d}_R = \vec{d}_1 + \vec{d}_2$$

$$d_R = \sqrt{d_1^{\,2} + d_2^{\,2}} = \sqrt{(4m)^2 + (3m)^2}$$

$$= \sqrt{16m^2 + 9m^2} = \sqrt{25m^2}$$

$$= 5\,m$$

19.

A) Velocidades medias, ya que se trata de aceleraciones constantes en cada una de las partes, tenemos:

I. $v_{media} = \frac{v_0 + v}{2} = \frac{0+3}{2} = 1.5 m/s$

II. $v_{media} = \frac{3+3}{2} = 3\ m/s$

III. $v_{media} = \frac{3+0}{2} = 1.5 m/s$

B) Aceleraciones:

I. $a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{3-0}{1.5} = 2 m/s^2$

II. $a = \frac{3-3}{2} = 0 m/s^2$

III. $a = \frac{0-3}{0.5} = -6\ m/s^2$ El signo menos indica que el cambio de velocidad y la aceleración tienen signo contrario, por lo que se pierde velocidad a razón de 6 m/s durante cada segundo.

C) Velocidad media en todo el recorrido. Como el desplazamiento es el área bajo la curva, tenemos:

I. $d = \frac{base\ x\ altura}{2} = \frac{1.5\ x\ 3}{2} = 2.25\ m$

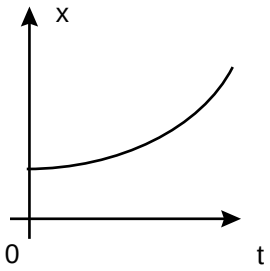
II. d = base x altura = 2 x 3 = 6 m

III. $d = \frac{0.5\ x\ 3}{2} = 0.75\ m$

$\therefore \quad v_{media} = \frac{desplazamiento\ total}{tiempo\ total} = \frac{9m}{4s} = 2.25\ m/s$

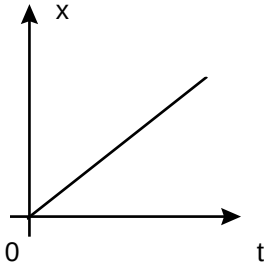
20.

1)



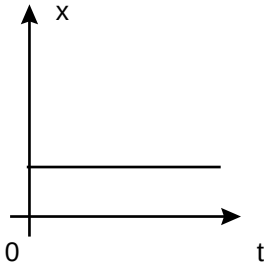
C) Aceleración constante

2)



A) Velocidad constante

3)



B) V = 0

21. En el intervalo $t \in [3, 5]$ la velocidad es constante

22. En el intervalo $t \in [3, 5]$ y para t = 0s y t = 11s

23. Los resultados son iguales

24.

Datos

$d = 160m$

$v_1 = 10\frac{m}{s}$

$v_2 = 7.5\frac{m}{s}$

$t_1 = t_2$

$d_1 = ?$

$d_2 = ?$

Fórmula

$d = d_1 + d_2$

$v_1 = \frac{d_1}{t_1}$

$v_2 = \frac{d_2}{t_2}$

como $t_1 = t_2$

$$\frac{d_1}{v_1} = \frac{d_2}{v_2}$$

$$d_2 = \frac{v_2}{v_1} d_1$$

$$d_2 = \frac{7.5\frac{m}{s}}{10\frac{m}{s}} d_1$$

$d_2 = 0.75d_1$; $d_1 = d - d_2$

$d_2 = 0.75(d - d_2)$

$d_2 + 0.75\, d_2 = 0.75\, d$

$1.75\, d_2 = 0.75(160m)$

$$d_2 = \frac{0.75(160m)}{1.75}$$

$d_2 = 68.5m$, $d_1 = 160m - 68.5m$

$= 91.5m$

25. Para el primer autobús, el tiempo que ocupa en recorrer los 220 km es:

$$t = \frac{d}{v} = \frac{220km}{75km/h} = 2.93h$$

$\therefore$ A la hora en que se encuentran es las 2 hrs. 56 min.

Para el segundo automóvil, el tiempo que utilizó para recorrer 220 km. es de 2 hrs. 26 min. y su rapidez supuesta constante es:

$$v = \frac{d}{t} = \frac{220km}{2hrs26min} = \frac{220km}{2.43hrs} = 90.53km/h$$

26. La velocidad aumenta en el intervalo $t \in [0,3)$

27. En el intervalo $t \in (5, 11]$ la velocidad disminuye

28. En el intervalo $t \in (0, 3)$ el cuerpo acelera

29. En el intervalo $t \in (5, 11)$ el cuerpo desacelera

30.

Datos

$a = 2\frac{cm}{s^2}$

t = 30s

$v_i = 0$

Fórmula

$v_f = v_i + at$

$$v_f = 0 + \left(2\frac{cm}{s^2}\right)(30s) = 60\frac{cm}{s}$$

31.

Datos

$v_i = 0$

d = 1500m

$v_f = 25\frac{Km}{h}$

a = ?

t = ?

Conversiones

$$v = \left(25\frac{Km}{s}\right)\left(\frac{1000m}{1Km}\right)\left(\frac{1h}{3600s}\right) = 6.94\frac{m}{s}$$

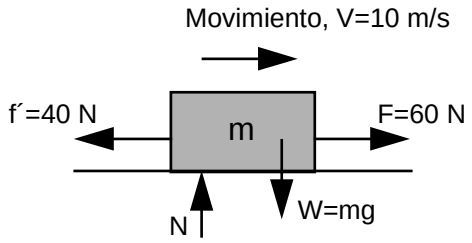
Como:

$v_f^2 = v_i^2 + 2ax$

$$a = \frac{v_f^{\,2} - v_i^{\,2}}{2x} = \frac{\left(6.94\frac{m}{s}\right)^2 - 0^2}{2(1500m)} = 0.016\frac{m}{s^2}$$

$v_f = v_i + at$; $\quad t = \frac{v_f}{a} = \frac{6.94\frac{m}{s}}{0.016\frac{m}{s^2}} = 433.75\,s$

32. Considerando el diagrama de cuerpo libre siguiente:



Donde f' es la fuerza de rozamiento y N la fuerza de reacción sobre el piso. La ecuación de fuerzas es la siguiente:

Suma de fuerzas verticales:

$$F_v = N - W = ma$$

Como no hay movimiento vertical, la aceleración en este caso, es cero y por lo tanto:

$$F_V = N - W = 0$$

Es decir, que la reacción sobre el piso es igual al peso de la masa.

Suma de fuerzas horizontales:

$$F_n = 60 - 40 = ma$$

Ahora la aceleración no es cero, ya que si hay movimiento en sentido horizontal:

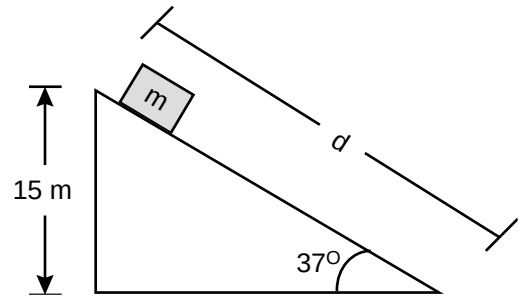
$$20\,N = ma \qquad \therefore \qquad a = \frac{ma}{m} = \frac{20\,N}{2\,kg} = 10\ {}^{m}\!/_{seg^2}$$

Como se pide la velocidad a los 6 segundos de haberse aplicado la fuerza, debemos considerar como velocidad inicial 10 m/s y ya que la aceleración se define como $a = \frac{v - v_0}{t}$, podemos resolver para la velocidad final v:

$$v = v_0 + at = \left(10\ {}^{m}\!/_{seg}\right) + \left(10\,\frac{m}{seg^2}\right)(6seg) = 10\,\frac{m}{seg} + 60\,\frac{m}{seg} = 70\,\frac{m}{seg}$$

Es decir, que su velocidad después de 6 segundos de haber aplicado la fuerza es de 70 m/seg

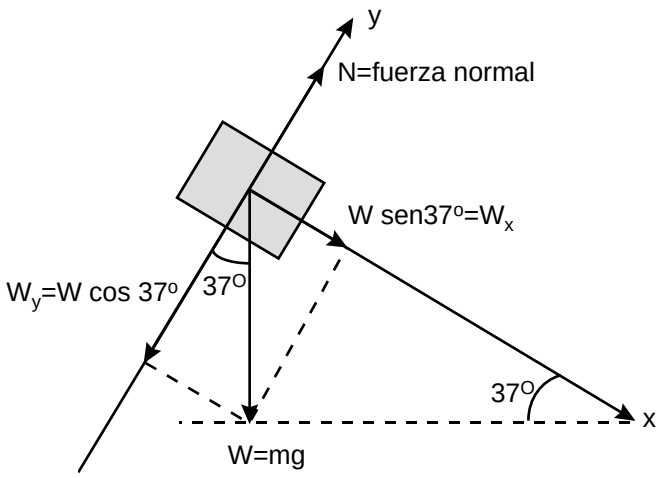
33. Primeramente encontramos la distancia **d** que recorre el cuerpo:



$$\text{sen}37° = \frac{15}{d}$$

$$d = \frac{15}{\text{sen}37°} = 24.9\text{m}$$

Trazamos el diagrama de cuerpo libre:



Luego descomponemos el vector peso en dos componentes, una en dirección paralela al plano inclinado y la otra perpendicular al mismo.

Del diagrama de cuerpo libre obtenemos la componente en dirección de x (W_x) y la componente en la dirección de y (W_y):

$$W_x = W\text{sen}37° = mg\text{sen}37°$$
$$W_y = W\cos 37° = mg\cos 37°$$

haciendo la suma de fuerzas tenemos:

$$\Sigma F_x = mg \text{ sen } 37^o = ma$$

dividiendo entre m:

$$g\text{sen } 37^o = a$$

$$a = (9.8\text{m/s}^2)\ \text{sen}37° = 5.9\ \text{m/s}^2$$

Es decir, el cuerpo tiene una aceleración de 5.9 m/s^2

Como el cuerpo empieza a resbalar, su velocidad $v_0 = 0$, y podemos utilizar la expresión de la distancia:

$d = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$, sustituyendo

$$d = (0)t + \frac{1}{2}\left(5.9 \, m/s^2\right) t^2 = 2.94 t^2 = 24.9 m$$

$$\therefore \; = \sqrt{\frac{24.9 m}{2.94 \, m/s^2}} = 2.9 seg$$

34.

Datos

$v_0 = 15 \frac{m}{s}$

$h_{máx}$ =?

t_T =?

Fórmulas

$v_f = v_0 - gt$

$h = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$

$t_T = 2t$

$$h = \left(15 \frac{m}{s}\right)(1.52 s) - \frac{1}{2}\left(9.81 \frac{m}{s^2}\right)(1.52 g)^2 = 11.47 \text{ m}$$

$v_f = v_0 - gt$ |

$$t = \frac{v_0}{g} = \frac{15 \frac{m}{s}}{9.81 \frac{m}{s^2}} = 1.52 s$$

$t_T = 2t = 2(1.52s) = 3.045$

35. B) Permanece constante

36.

Datos

$g = 9.81 \frac{m}{s^2}$

v_{0x} = 52 m/s

θ = 22°

Fórmulas

$V_{0x} = V_0 \cos\theta$

$x = \frac{v_0^2 \operatorname{sen} 2\theta}{g}$

$$\frac{v_{0x}}{\cos\theta} = v_0; \quad v_0 = \frac{52 \frac{m}{s}}{\cos 22°} = \frac{52 \frac{m}{s}}{0.9271}$$

$$= 56 \frac{m}{s}$$

$$x = \frac{\left(56\frac{m}{s}\right)^2 \operatorname{sen} 44°}{9.81\frac{2}{s^2}} = \frac{\left(3136\frac{m^2}{s^2}\right)(0.6946)}{9.81\frac{m}{s^2}}$$

x = 222 m

37. El perímetro de las ruedas es:

Perímetro =πD
Perímetro =π(0.5)
Perímetro =1.57m

Que se recorren en: $v = \frac{d}{t}$

$$10m/s = \frac{1.57m}{t}$$

t=0.157

Este es el tiempo en que una rueda gira una vuelta completa, es decir:

$$w = \frac{1rev}{0.157s}$$

w=6.369 rps
w=6.369(60)rev/min
w=382.16 rpm

38. Todo cuerpo permanece en su estado de reposo, o de movimiento uniforme en línea recta, a menos que se vea forzado el cambio debido a las fuerzas que se le apliquen.

39. A) La masa

40. B) Velocidad constante

41. Newton (N)

42.

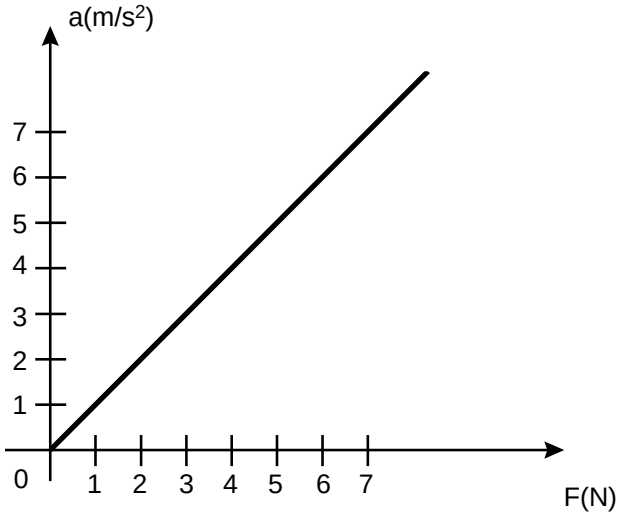
Datos
F = 1N
M = 1Kg

Fórmula
F = ma

$$a = \frac{F}{m} = \frac{1N}{1Kg} = \frac{1Kg\frac{m}{s^2}}{1Kg}$$

$$a = 1\frac{m}{s^2}$$

43.



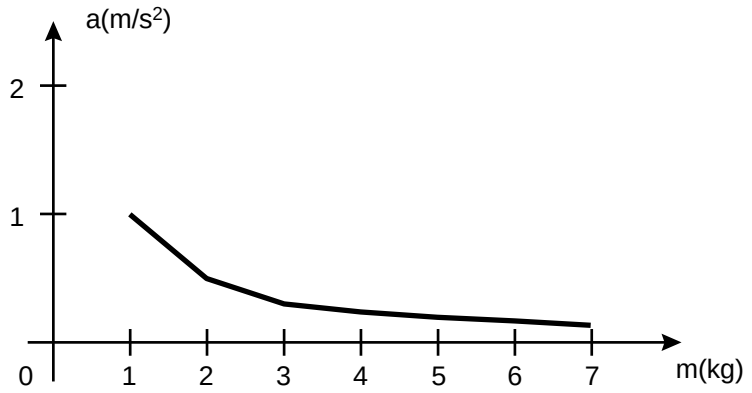
44. A) mayor

45. A) Una regla de proporcionalidad directa

46. B) Aumenta al triple

47. Nos da la inversa de la masa del cuerpo

48.



49. B) Menor

50. B) Inversa

51. En el sistema MKS la fuerza se mide en Newtons, [F] = N
En el sistema CGS la fuerza se mide en dinas [F] = dina
$1N = 10^5$ dinas

52. Datos

$g = 9.81\frac{m}{s^2}$

m = 10g
W = ?

Conversiones
1 Kg = 1000gr
10g = ?

$$m = 10g \times \frac{1Kg}{1000\,g} = 0.01Kg$$

W = mg

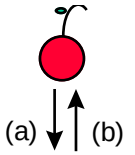
$$= (0.01Kg)\left(9.81\frac{m}{s^2}\right) = 0.098\,N$$

53. Del problema, se sabe que m = 1000 kg y F = 800 N, sustituyendo estos datos en la ecuación $a = \frac{F}{m}$, se obtiene: $a = \frac{800N}{1000Kg} = 0.8\ m/s^2$

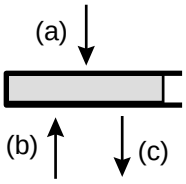
54. De acuerdo al enunciado del problema, se conocen la aceleración de la lancha ($0.50\ m/s^2$) y la fuerza aplicada (150 N), debido a que lo que se quiere conocer es la masa de la lancha, se despeja de la ecuación $a = \frac{F}{m}$ la masa (m) y se sustituyen los datos conocidos:

$$m = \frac{F}{a} = \frac{150\ N}{0.50\ m/s^2} = 300\ Kg.$$

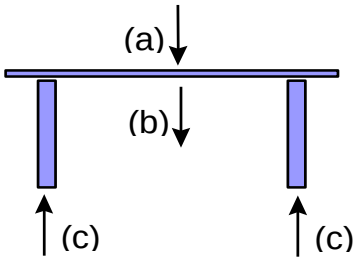
55.



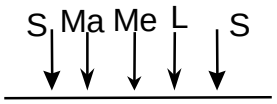
(a) Fuerza de la tierra sobre la manzana (peso)
(b) Fuerza del libro sobre la manzana



(a) Fuerza de la manzana sobre el libro
(b) Fuerza de la mesa sobre el libro
(c) Fuerza de la tierra sobre el libro



(a) Fuerza del libro y manzana sobre la mesa
(b) Fuerza de la tierra sobre la mesa
(c) Fuerzas del suelo sobre la mesa



(S) Fuerzas de la mesa sobre la tierra
(Ma) Fuerza de la manzana sobre la tierra
(Me) Fuerza de la mesa sobre la tierra
(L) Fuerza del libro sobre la tierra

56. B) Tercera ley de Newton

57.

Datos

h = 2m

$g = 9.81\frac{m}{s^2}$

m = 0.3 Kg

A) Fórmulas

$E_p = mgh$

$E_c = \frac{1}{2}mv^2$

$E_M = E_p + E_c = \text{const}$

$$E_p = (0.3\text{Kg})\left(9.81\frac{m}{s^2}\right)(2\text{m}) = 5.9\text{ J}$$

B) En el momento que recorre los 2 metros se tiene

$E_p = E_c$

$mgh = \frac{1}{2}mv^2 \qquad v = \sqrt{2gh}$

$$v = \sqrt{2\left(9.81\frac{m}{s^2}\right)(2\text{m})} = 6.26\frac{m}{s}$$

58. Al término del primer segundo

$$v_f = v_0 + at = \left(0\frac{m}{s}\right) + \left(2\frac{m}{s^2}\right)(1\text{s}) = 2\frac{m}{s}$$

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(2000\text{Kg})\left(2\frac{m}{s}\right)^2 = 4000\text{J}$$

Para el siguiente segundo

$$v_f = v_0 + at = \left(0\frac{m}{s}\right) + \left(2\frac{m}{s^2}\right)(2\text{s}) = 4\frac{m}{s}$$

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(2000\text{Kg})\left(4\frac{m}{s}\right)^2 = 16000\text{J}$$

$$\Delta E = E_{cf} - E_{ci} = 16000\text{ J} - 4000\text{ J} = 12000\text{ J}$$

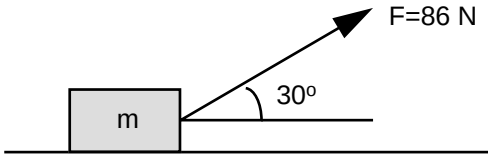
59.

B) $E_c = \frac{p^2}{2m}$, donde p es la cantidad de movimiento p = mv

$$E_c = \frac{(mv)^2}{2m}$$

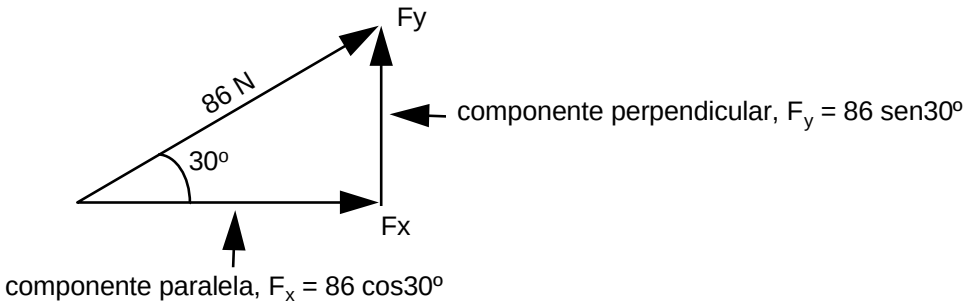
$$E_c = \frac{m^2v^2}{2m} = \frac{mv^2}{2}$$

60.



Recordemos que la única fuerza que realiza trabajo es aquella que actúa en la MISMA dirección del movimiento, sea en el mismo sentido o en sentido contrario.

Tenemos que la fuerza de 86N se puede descomponer en dos componentes, una de sus componentes apuntará en dirección perpendicular al movimiento, ésta no realiza trabajo alguno; y la otra componente, apuntará en la misma dirección y sentido que el movimiento y será esta fuerza precisamente la que realizará todo el trabajo.



Por lo tanto, el trabajo será: $W = F_x \bullet d = (86 \cos 30º\ N)\ (5m)$

$$W = 372.4\ J$$

61. A) Escalares

62. La ley de la conservación de la cantidad de movimiento nos dice que:

$\Delta P_1 + \Delta P_2 = 0$; es decir: $(P_1' - P_1) + (P_2' + P_2) = 0$

En función de la masa se puede escribir como:

$$(m_1v_1' - m_1v_1) + (m_2v_2' - m_2v_2) = 0$$

o de otra forma:

$$m_1v_1 + m_2v_2 = m_1v_1' + m_2v_2'$$

En el problema tenemos que: $m_1 = 0.1$ kg, $v_1 = 400$ m/s, la masa de bloque m_2, y la velocidad inicial del bloque $v_2=0$. Después de la interacción tenemos que: $v_1' = v_2' = 6.5$ m/s.

Sustituyendo la información anterior:

$$(0.1\text{kg})(400\text{m/s}) + m_2(0) = (0.1\text{kg})(6.5\text{m/s}) + m_2(6.5\text{m/s})$$

$$40\frac{\text{kgm}}{\text{s}} = 0.65\frac{\text{kgm}}{\text{s}} + m_2(6.5\,\text{m/s})$$

$$m_2(6.5\text{m/s}) = 40\frac{\text{kgm}}{\text{s}} - 0.65\frac{\text{kgm}}{\text{s}} = 39.35\frac{\text{kgm}}{\text{seg}}$$

$$\therefore\ m_2 = \frac{39.35\frac{\text{kgm}}{\text{s}}}{6.5\frac{\text{m}}{\text{s}}} = 6.05\text{kg}$$

La masa del bloque es de 6.05kg.

63.

A) La capacitancia equivalente para combinaciones en serie se determina por:

$$\frac{1}{Ceq} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{1}{5pF} + \frac{1}{6pF} = \frac{11}{30}$$

de la cual $C = \frac{30}{11}\ pF = 2.73pF$

B) En este tipo de combinación, cada capacitor porta la misma carga, entonces:

$q_1 = q_2 = q = C_{eq}\ V = (2.73x10^{-12}\ F)(1000V) = 2.73\ nc$

C) Para la diferencia de potencial en:

C_1: $V_1 = \frac{q_1}{C_1} = \frac{2.73x10^{-9}C}{5x10^{-12}F} = 546V$

C_2: $V_2 = \frac{q_2}{C_2} = \frac{2.73x10^{-9}C}{6x10^{-12}F} = 455V$

D) Para la energía en cada capacitor:

C_1: $Energía C_1 = \frac{1}{2}q_1V_1 = \frac{1}{2}(2.73x10^{-9}C)(546V) = 7.45x10^{-7}J$

C_2: $Energía C_2 = \frac{1}{2}q_2V_2 = \frac{1}{2}(2.73x10^{-9}C)(455V) = 6.21x10^{-7}J$

64. La fuerza eléctrica entre dos partículas cargadas se puede hallar por medio de la ley de Coulomb:

$$F_e = k\frac{q_1 x q_2}{r^2}$$

dónde: k = cte de Coulomb = $9 \times 10^9 \frac{N \times m^2}{C^2}$

q_1 y q_2 = carga de las partículas
r = distancia entre partículas

$$F_e = \left[9 \times 10^9 \frac{N \times m^2}{C^2}\right]\left[\frac{\left(1.6 \times 10^{-19}\ C\right)^2}{\left(5.3 \times 10^{-11}\ m\right)^2}\right] = 8.2 \times 10^{-8}\ N$$

La fuerza de acción gravitacional entre dos masas se encuentra por:

$$F_g = G\frac{M_1 \times M_2}{r^2}$$

donde $G = 6.67 x 10^{-11} \frac{N \times m^2}{kg^2}$

La fuerza gravitacional entre ellas será:
$m_p = 1.67 \times 10^{-27}$ kg
$m_e = 9.11 \times 10^{-31}$ kg

$$F_g = \left[6.67 \times 10^{-11} \frac{N \times m^2}{kg^2}\right]\left[\frac{\left(1.67 \times 10^{-27} kg\right)\left(9.11 \times 10^{-31} kg\right)}{\left(5.3 \times 10^{-11}\ m\right)^2}\right] = 36.13 \times 10^{-48} N$$

Haciendo la comparación tenemos que:

$\frac{F_e}{F_g} = \frac{8.2 \times 10^{-8} N}{36 \times 10^{-48} N} = 2.27 \times 10^{39}$ veces mayor la fuerza eléctrica que la fuerza gravitacional

Es decir, que en los casos prácticos la fuerza gravitacional se puede despreciar en los problemas donde se involucren fuerzas eléctricas.

65. La fuerza entre las cargas separadas una distancia **r**, está dada por:

$$F_1 = K\frac{q_1 \, x \, q_2}{r^2}$$

Pero si la distancia se reduce a la mitad, la fuerza será:

$$F_2 = K\frac{q_1 \, x \, q_2}{\left(\frac{r}{2}\right)^2} = K\frac{q_1 \, x \, q_2}{\frac{r^2}{4}} = 4\,K\frac{q_1 \, x \, q_2}{r^2}$$

comparando:

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{4\,K\frac{q_1 \, x \, q_2}{r^2}}{K\frac{q_1 \, x \, q_2}{r^2}} = 4$$

Es decir, que la fuerza aumenta 4 veces su valor cuando la separación se reduce a la mitad.

66. Datos del problema:
$V_B - V_A = 6$ V
d = 3.0 mm

A) El campo eléctrico se puede calcular de la expresión de la definición de potencial:
$V_B - V_A = E\,d$

$$\therefore \quad E = \frac{V_B - V_A}{d} = \frac{6\ V}{3\,x\,10^{-3}\ m} = 2\,x10^3\,V/m$$

B) La fuerza se calcula de la definición de campo eléctrico:

$$E = \frac{F}{q}$$

$$\therefore \quad F = q\,E = (1.6 \times 10^{-19}\ C)\,(2 \times 10^3\ V/m) = 3.2 \times 10^{-16}\ N$$

Unidades:

$$\left[C\frac{V}{m}\right] = \left[C\frac{J/C}{m}\right] = \left[\frac{N \cdot m}{m}\right] = [N]$$

67. El trabajo se puede calcular por medio de la ecuación:

$$T = q\,(V_B - V_A)$$

dónde: T = Trabajo
q = Carga (C)
$V_B - V_A$ = Diferencia de potencial del punto A al punto B

De los datos del problema tenemos que:

$q = 1.6 \times 10^{-19}$ C
$V_B - V_A = 50$ V

$\therefore \quad T = (1.6 \times 10^{-19}\ C)(50\ V) = 8 \times 10^{-18}$ J

Haciendo la comprobación de las unidades:

$$[\ C\ ][\ V\ ] = [\ C\ ]\left[\frac{J}{C}\right] = [\ J\ ]$$

68. En este caso apoyándonos en el teorema del trabajo y la energía, se tiene que:

$T = \Delta E_C$
Donde
$\Delta E_C = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_0^2$
$T = q\,(V_B - V_A) = 8 \times 10^{-18}$J

V_0 = Velocidad inicial
V_f = Velocidad final

de los datos del problema:
$m_p = 1.67 \times 10^{-27}$ kg
$V_B - V_A = 50$ V
$V_0 = 0$

sustituyendo:
$8 \times 10^{-18}\ J = \frac{1}{2}(1.67 \times 10^{-27}\ kg)\ V_f^2 - \frac{1}{2}(1.67 \times 10^{-27}\ kg)(0)$
$8 \times 10^{-18}\ J = \frac{1}{2}(1.67 \times 10^{-27}\ kg)\ V_f^2 - 0$

$$V_f = \sqrt{\frac{2 \times 8 \times 10^{-18}\ J}{1.67 \times 10^{-27}\ kg}} = 9.78 \times 10^4\ m/s$$

Unidades:

$$[\ J\ ] = [\ N \times m\ ]\ ;\ N = kg \times \frac{m}{s^2}\ ,\ \therefore\ J = kg \times \frac{m}{s^2} \times m = kg \times \frac{m^2}{s^2}$$

$$\left[\sqrt{\frac{J}{kg}}\right]=\left[\sqrt{\frac{kg\ x\ \frac{m^2}{s^2}}{kg}}\right]=\sqrt{\frac{m^2}{s^2}}=\frac{m}{s}$$

69. El potencial eléctrico se calcula por medio de la expresión:

$$V=k\frac{q}{r}$$

donde $k = 9 \times 10^9 \left[\frac{N \times m^2}{C^2}\right]$

q = Carga eléctrica [C]
r = Distancia entre la carga y el punto

$$\therefore \qquad V=\left[9 \times 10^9\ \frac{N\ x m^2}{C^2}\right]\left[\frac{4 \times 10^{-6} C}{0.75\ m}\right]$$

$$V = 48000\ \frac{N \times m}{C} = 48 \times 10^3\ \frac{J}{C} = 48 \times 10^3 \text{ Voltios}$$

70. La expresión que nos define la resistencia eléctrica es: $R = \rho\frac{L}{A}$

dónde: L = Longitud (m)
A = Area transversal (m^2)
ρ = Resistividad ($\Omega \bullet m$)

teniendo en cuenta que:
$\rho_{AL}=2.828 \times 10^{-8}\ \Omega \bullet m$
L = 4 m y
diámetro = 3 mm

$$A=\frac{1}{4}\pi d^2=\frac{\pi}{4}\left(3 \times 10^{-3}\ m\right)^2=7.07 \times 10^{-6}\ m^2$$

$$R=\left(2.828 \times 10^{-8}\ \Omega \bullet m\right)\frac{4\ m}{7.07 \times 10^{-6}\ m^2}=16 \times 10^{-3}\ \Omega$$

71. Usando la ley de Ohm:

$V = R\,I$

Donde:

V = Caída de voltaje (V)
R = Resistencia eléctrica (Ω)
I = Intensidad de corriente eléctrica (A)

En el problema:
I = 5 A
R = 100 Ω
$\therefore$ V = (100 Ω) (5 A) = 500 V

72. La resistencia del primer alambre se calcula por:

$$R_1 = \rho \frac{L_1}{A_1}$$

Al calcular la resistencia del segundo alambre se debe tomar en cuenta que la resistividad (ρ), es la misma porque es del mismo material, por lo tanto, la resistencia del segundo alambre será:

$$R_2 = \rho \frac{L_2}{A_2}$$

Del problema sabemos que:
$L_2 = 2L_1$
$d_2 = 4d_1$;
$A_1 = \frac{1}{4}\,\pi\, d_1^2$
$A_2 = \frac{1}{4}\,\pi\, d_2^2$;

Sustituyendo los datos que conocemos:

$$R_2 = \rho \frac{L_2}{A_2} = \rho \frac{2L_1}{\frac{1}{4}\pi d_2^{\,2}} = \rho \frac{2L_1}{\frac{1}{4}\pi (4d_1)^2} = \rho \frac{2L_1}{\frac{1}{4}\pi 16\, d_1^{\,2}} = \frac{2}{16}\left(\rho \frac{2L_1}{\frac{1}{4}\pi d_1^{\,2}}\right) =$$

$$= \frac{2}{16} R_1 = \frac{2}{16}\, 20\,\Omega = \frac{5}{2}\,\Omega$$

73. La fórmula para calcular la potencia es P = I V; pero según la ley de Ohm $I = \frac{V}{R}$, la cual se sustituye en la expresión de la potencia:

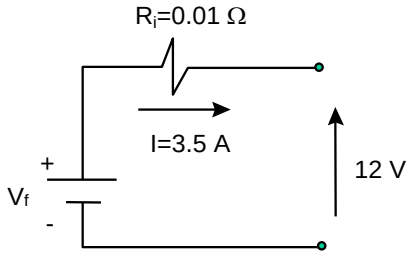
$$P = \left(\frac{V}{R}\right) V = \frac{V^2}{R}$$

De acuerdo a los datos del problema:
V = 110 V
P = 500 w

Al despejar R de la expresión obtenida y después de sustituir los datos, se obtiene:

$$R = \frac{V^2}{P} = \frac{(110V)^2}{500W} = 24.2\ \Omega$$

74. Analizando el circuito y teniendo en cuenta que la caída de voltaje de la fuente debe ser igual a la suma de las caídas de voltaje en los elementos, se tiene:



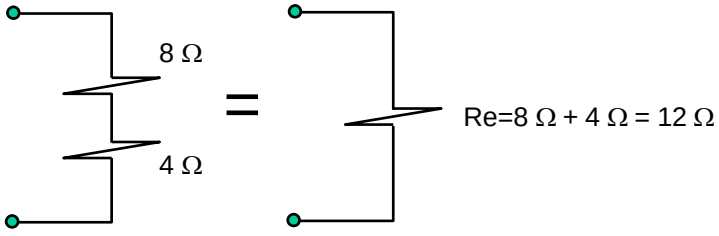
La caída de voltaje en R_i es:

$V_i = R_i\, I = (0.01)(3.5) = 35 \times 10^{-3}$ V

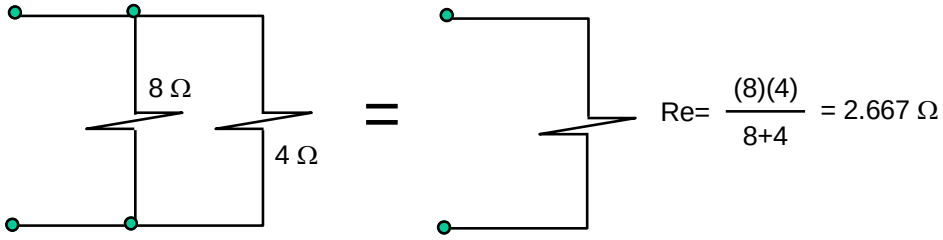
12 V = caída de voltaje en $R_i + V_f$
$12\ V = 35 \times 10^{-3}\ V + V_f$
$V_f = 12\ V - 35 \times 10^{-3} = 11.97$ V

Es decir, que el voltaje que se mide en las terminales de la batería es 11.97 V

75. A) En serie:



B) En paralelo:



76. La corriente eléctrica se define como la cantidad de carga que pasa por un punto entre el tiempo que le toma hacerlo:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{40\,C}{4\,s} = 10\,\frac{C}{s}$$

$$1\frac{C}{s} = 1\,\text{Amperio}$$

I = 10 A

77. Despejando de la expresión que define la corriente eléctrica:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

$\Delta q = I\,\Delta t$

Datos: I = 10 A, Δt = 2 s

Sustituyendo valores numéricos:

Δq =(10 A) (2 s) = 20 C

Unidades:

$$1A = 1\frac{C}{s}$$

Y como cada electrón tiene una carga de 1.6 x 10^{-19} C, podemos calcular el número de electrones dividiendo la carga total:

$$\text{No. de electrones} = \frac{20\,C}{1.6 \times 10^{-19} C} = 125 \times 10^{18} \text{ electrones}$$

Por lo tanto, pasan por el alambre 125 x 10^{18} electrones en dos segundos.

78. En este caso: $\Delta q = 1.8$ C y $\Delta t = 2$ s

$$\therefore \quad I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{1.8\,C}{2\,s} = 0.9\ A$$

79. Para calcular la carga que pasa en un intervalo dado, se utiliza la definición de corriente eléctrica:
$I = 3 \times 10^{-2}$ A

$\Delta t = 20$ min

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

Despejando Δq:
$\Delta q = I\,\Delta t$
Sustituyendo los datos:

$$\Delta q = (3 \times 10^{-2}\ A)\,(20\ min)\left(\frac{60s}{1min}\right)$$

$\Delta q = 36$ C

El número de electrones se calcula dividiendo la carga total entre la carga de un electrón (1.6×10^{-19} C).

$$\frac{\Delta q}{q} = \frac{36\ C}{1.6 \times 10^{-19}\ C} = 225 \times 10^{18}\ \text{electrones}$$

80. A) La potencia en las dos bobinas es la misma para ambas:

$P = I_1V_1$ y $P = I_2V_2$
Despejando I_1 y sustituyendo los valores de P = 40 w y $V_1 = 120$ v:

$$I_1 = \frac{P}{V_1} = \frac{40w}{120v} = 0.33A$$

B) El número de vueltas es directamente proporcional al voltaje. Es decir:

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{V_1}{V_2}$$

Sustituyendo datos:

$$\frac{1000}{15000} = \frac{120v}{V_2}$$

Despejando V_2:

$$V_2 = \frac{120 \times 15000}{1000} = 1800v$$

C) La corriente es inversamente proporcional al número de vueltas

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{I_1}{I_2}$$

Sustituyendo datos:

$$\frac{1000}{15000} = \frac{I_2}{0.33A}$$

Despejando I_2:

$$I_2 = \frac{0.33 \text{ x } 1000}{15000} = 0.022\,A = 22\,mA$$

81. Sabemos que:

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{V_1}{V_2}$$

En este caso: $V_1 = 100$ v

$V_2 = 10$ v

$N_2 = 1000$ vueltas

Sustituyendo:

$$\frac{N_1}{1000} = \frac{1000}{10}$$

Despejando N_1:

$$N_1 = \frac{100}{10} x1000 = 10000 \text{ vueltas}$$

La primaria debe tener 10000 vueltas.

82. La potencia consumida por el motor se determina por:

Potencia = P = VI = (120 V)(6A)=720W = 0.720 K*W*

Para el consumo de energía:

Energía = Pt = (720 W)(10800s) = $7.8x10^6$J

Energía = Pt = (0.720 KW) (3h) = 2.16 KW.h

7. BIBLIOGRAFÍA RECOMENDADA

MATEMÁTICAS I, ARITMÉTICA Y ALGEBRA
Samuel Fuenlabrada De la Vega Trucios
Editorial Mc Graw Hill, 1994

ALGEBRA
Max A. Sobel / Norvert Lerner
Editorial Prentice Hall, 1996. Cuarta Edición

MATEMÁTICAS II, GEOMETRÍA Y TRIGONOMETRÍA
Samuel Fuenlabrada De la Vega Trucios
Editorial Mc Graw Hill, 1994

ALGEBRA Y TRIGONOMETRÍA
Barnett
Editorial Mc Graw Hill

ÁLGEBRA Y TRIGONOMETRÍA CON GEOMETRÍA ANALÍTICA
A. Goodman / L. Hirsch
Editorial Prentice Hall, 1996

FUNDAMENTOS DE GEOMETRÍA
H. S. M. Coexeter
Editorial Limusa

GEOMETRÍA PLANA CON COORDENADAS
Barnett Rich
Serie Schaums, Mc Graw Hill

GEOMETRÍA ANALÍTICA PARA BACHILLERATO
Gerra Tejeda / Figueroa Campos
Editorial Mc Graw Hill, 1992

CÁLCULO Y GEOMETRÍA ANALÍTICA, VOLUMEN I Y II
Shermas K. Stein / Anthony Barcellos
Editorial Mc Graw Hill, 1995

CÁLCULO Y GEOMETRÍA ANALÍTICA,VOLUMEN I Y II
Larson / Hostetler / Edwards
Editorial Mc Graw Hill, 1995

CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL
Frank Ayres Jr. / Elliot Mendelson
Serie Schaums, Mc Graw Hill. Tercera edición

CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL
Edwin Purcell / Dale Var Berg
Editorial Prentice Hall. Sexta edición

CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL
Granville / Smith / Longley Editorial Uthea

FÍSICA GENERAL
Alvarenga, B. / Máximo, A.
Editorial Harla, 1983

INTRODUCCIÓN A LAS CIENCIAS FÍSICAS
Díaz, J.
Ediciones y Distribuciones Códice, S.A., 1988

FUNDAMENTOS DE FÍSICA
Semat, H. / P. Baumel
Editorial Interamericana, 1974

ELECTRICIDAD Y MAGNETISMO
Serway, R. A.
Editorial Mc Graw Hill , 1997

FÍSICA FUNDAMENTAL
Valero, M.
Editorial Norma. 1986

FÍSICA RECREATIVA
Walker, J.
Editorial Limusa, 1988

MECÁNICA
T. Therington /J. G. Rimmer.
Editorial Centro Regional de Ayuda Técnica, 1973

"FÍSICA I" PARA BACHILLERATOS TECNOLÓGICOS
Reynoso Ureoles, Sergio.
Editorial SEP-SEIT-DGETA, 1ª. Ed.

FÍSICA CREATIVA Y RECREATIVA
Brown, Elipcer / Flores Asdribal.
Editorial. Trillas, 1993

FUNDAMENTOS DE FÍSICA
Bueche, F.
Editorial Mc Graw Hill, 1988

FÍSICA FUNDAMENTAL
Orear, J.
Editorial Limusa-Willey, 1972

FÍSICA I
Serway, R. A.
Editorial Mc Graw Hill , 1996

FÍSICA. FUNDAMENTOS Y FRONTERAS
Stollberg R. / F.F. Hill
Editorial Publicaciones Cultural S.A., 1967

FÍSICA I
Vargas, C. A. / P. Carmona G.
Editorial Secretaria de Educación y Cultura, 1997

FÍSICA MODERNA VOL. 1
While Harvey E.
Editorial Uteha, 1992

FÍSICA 1ª. PARTE
Resnick Robert / Halliday David
Editorial CECSA, 1990

FÍSICA GENERAL
Cisneros Montes de Oca, Esparza.
Editorial Valdez Estrada, 1993

FÍSICA, CONCEPTOS Y APLICACIONES
Tippens, Paul E.
Editorial Mc graw-hill, 2ª. Ed.

QUÍMICA.
Gregory R. Choppin.
Editorial Publicaciones cultural S.A. 1974

QUÍMICA.
T. Flores del & C. García de D.I.
Editorial Publicaciones Cultural S.A. 1990

PROBLEM EXERCISES FOR GENERAL CHEMISTRY.
G. Gilbert Long & Forrest C.Hents.
Editorial Wiley, 1986

QUÍMICA LA CIENCIA CENTRAL.
Brown.
Editorial Interamericana. 1990.

QUÍMICA.
William S. Seense/G. William Daub.
Editorial Hispanoamericana, 1989.

8. RECOMENDACIONES PARA PRESENTAR LA PRUEBA

A continuación, se te presenta una lista de útiles indicaciones que deberás tomar en cuenta:

1. Preséntate el día del examen treinta minutos antes de la hora señalada, con el objeto de localizar el lugar donde ésta se efectuará.

2. Debes ser puntual, ya que no se permitirá la entrada a ningún aspirante que llegue cuando ya haya comenzado el examen y por ningún motivo se le aplicará éste posteriormente.

3. Lleva al examen lápices del número 2, goma suave, sacapuntas, calculadora, etc., ya que no se permitirá el préstamo de ninguno de estos objetos.

4. En caso de que algún reactivo te genere dificultades o no estés seguro de la respuesta, no te detengas, pasa al siguiente, evita invertir tiempo que te puede ser útil para resolver otros reactivos.

5 Al contestar el examen administra el tiempo que tienes establecido para contestarlo, sin descuidar ninguna de las tres secciones. (matemáticas, física y química).

En la sección siguiente, se te presenta un examen de práctica, el cual es semejante a el examen de ingreso que presentarás. Familiarízate con el en cuanto a su estructura y datos que se te piden y cuando te sientas preparado para ello. Se sugiere que utilices en promedio un minuto y medio para cada reactivo. Es importante que una vez terminado el examen de práctica, compares tus respuestas con las claves que se presentan al final.

9. PRUEBA PRÁCTICA

PRESENTACIÓN

El material de este examen de práctica consta de 2 secciones, la primera es el cuadernillo de preguntas semejante al examen que presentarás. La segunda sección está conformada por la hoja de respuestas y la clave de respuestas correspondiente.

Al contestar el examen respeta el tiempo y autoevalúa tus resultados.

Lo anterior, es con la finalidad de que te familiarices con los aspectos que incluye el examen de conocimientos, así como para que te ejercites en la forma de contestarlo.

Cabe mencionar, que además de resolver los reactivos que aquí se te presentan, te será de mucha utilidad que realices otros ejercicios parecidos a los de este examen de práctica. Si encuentras dificultades al resolver los problemas que se te plantean, no dudes en pedir apoyo a tus profesores y no te des por satisfecho hasta estar seguro de haber comprendido.

GUIA PARA LA EVALUACIÓN DEL INGRESO A LA EDUCACIÓN SUPERIOR TECNOLÓGICA.

EXAMEN DE CONOCIMIENTOS DEL ÁREA DE INGENIERÍA

(PRUEBA DE PRÁCTICA)

EXAMEN DE MATEMÁTICAS

1. Al obtener el producto de $(a + 3)(a^2 + 9)(a - 3)$ resulta ser:

A) $(a - 3)^4$
B) $(a + 3)^2 (a + 9)^2$
C) $a^4 - 81$
D) $(a - 3)^2 (a + 9)^2$
E) $a^4 + 81$

2. La factorización de $x^2 - 7x + 10$ es:

A) $(x + 5)(x - 2)$
B) $(x + 5)(x + 2)$
C) $(x - 5)(x - 2)$
D) $(x + 10)(x - 3)$
E) $(x - 10)(x + 3)$

3. Al simplificar el cociente $\dfrac{1+\dfrac{1}{x-1}}{1+\dfrac{1}{x^2-1}}$; su mínima expresión es:

A) $\dfrac{x}{x+1}$
B) $x + 1$
C) $\dfrac{x+1}{x}$
D) x^2
E) $\dfrac{x}{x-1}$

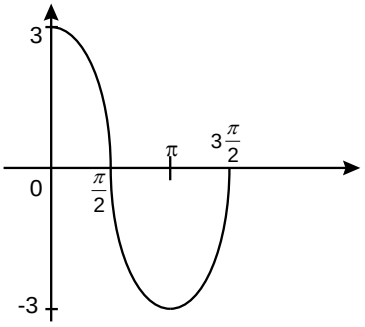
4. Un hacendado compró 4 vacas y 7 caballos por $514 y más tarde, a los mismos precios, compró 8 vacas y 9 caballos por $818. Hallar el costo de una vaca y de un caballo.

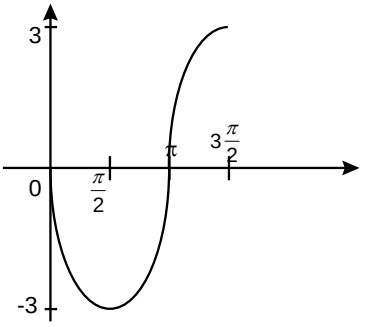
A) v = 45, c = 52
B) v = 52, c = 45
C) v = 42, c = 55
D) v = 55, c = 42
E) v = 52, c = 45

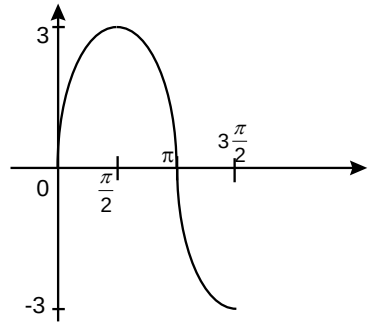
5. Al completar cuadros en la ecuación cuadrática $4x^2 - 6x + \frac{9}{4} = 0$ se reduce a:

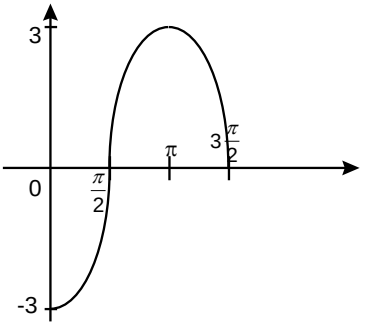
A) $(x - 3/2)^2 = 0$
B) $(x + 3/2)^2 = 0$
C) $(x + 2/3)^2 = 0$
D) $(x - 4/3)^2 = 0$
E) $(x - 3/4)^2 = 0$

6. La gráfica de la función trigonométrica $f(x) = -3 \operatorname{sen} x$, para $0 \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$ es:

A)


B)


C)


D)


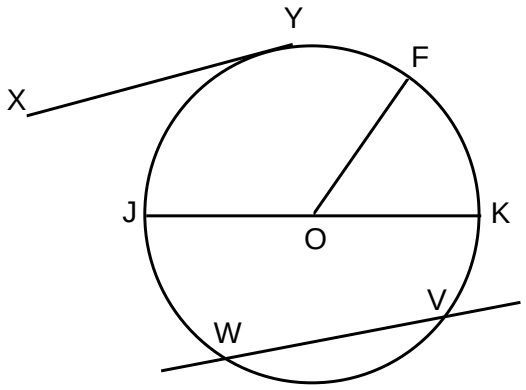
E) Ninguna de las anteriores

7. Tomando como referencia las identidades trigonométricas $\sec^2 x - \tan^2 x = 1$ y $\csc^2 x - \cot^2 x = 1$. El valor de la expresión:

$$3\sec^2 x + 5\csc^2 x - 3\tan^2 x - 5\cot^2 x \text{ , es:}$$

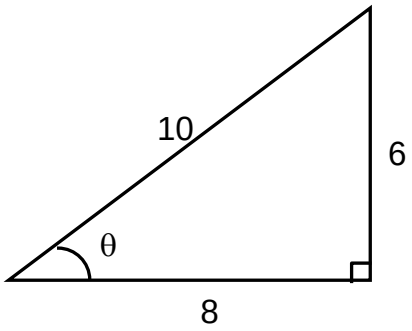
A) -2
B) 2
C) 0
D) 8
E) -8

8. En la siguiente figura, ¿cuál de las rectas es tangente al círculo?



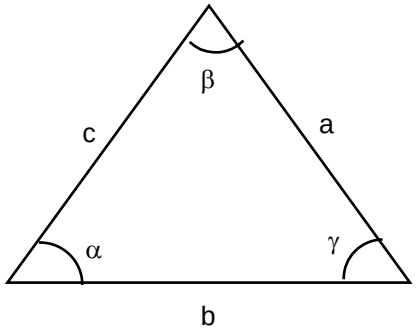
A) OK
B) JK
C) OF
D) WV
E) XY

9. Tomando como referencia la identidad trigonométrica, $\text{sen}2\theta = 2\,\text{sen}\theta\,\cos\theta$ y la figura del triángulo rectángulo; el valor del $\text{sen}2\theta$ es:



A) $\frac{12}{25}$
B) $\frac{24}{25}$
C) $\frac{25}{24}$
D) $\frac{25}{12}$
E) $\frac{12}{24}$

10. Con base en la siguiente figura, la ley de los cosenos afirma que:



A) $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\gamma$

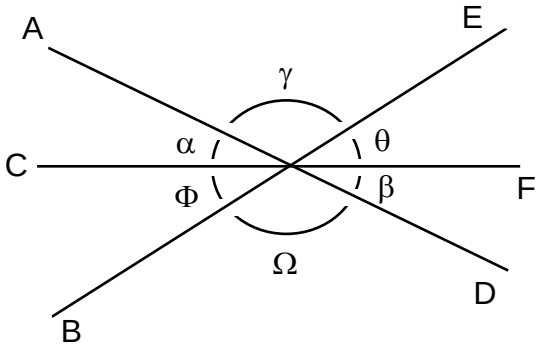
B) $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\beta$

C) $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$

D) $a^2 = b^2 + c^2 - 2ab\cos\beta$

E) $a^2 = b^2 + c^2 - 2ac\cos\gamma$

11. En la figura formada por las rectas $\overline{AD}$, $\overline{BE}$ y $\overline{CF}$, calcular la suma de los ángulos β y γ considerando que $\alpha = 25^o$ y $\Phi = 30^o$.



A) $\beta + \gamma = 115^o$

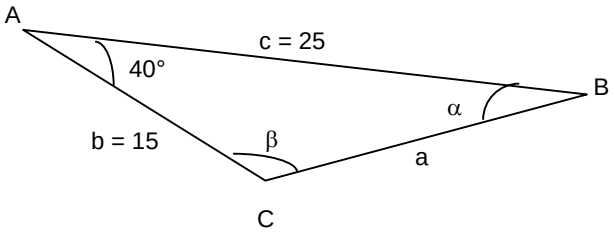
B) $\beta + \gamma = 125^o$

C) $\beta + \gamma = 150^o$

D) $\beta + \gamma = 155^o$

E) $\beta + \gamma = 160^o$

12. Calcule la longitud del lado a y los ángulos α y β del triángulo:



A) 37.70, 14.80°, 125.19°
B) 25.57, 23.6°, 116.40°
C) 16.60, 35.50°, 104.50°
D) 14.32, 20.10°, 119.90°
E) 12.43, 27.90°, 112.10°

13. ¿En cuánto excede el área sombreada de la figura A del área sombreada de la figura B?

A) $1-\frac{\pi}{2}$

B) $\frac{3\pi}{2}-2$

C) $\frac{3\pi}{4}-2$

D) $2-\frac{\pi}{4}$

E) $\pi-1$

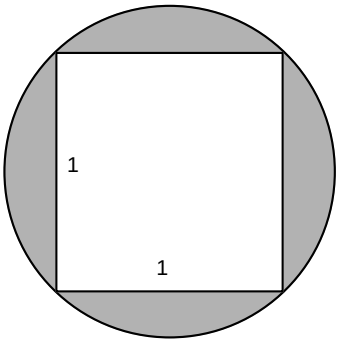


Figura A

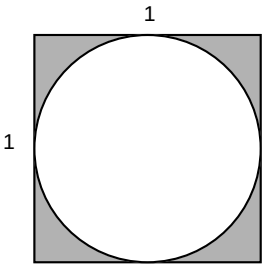
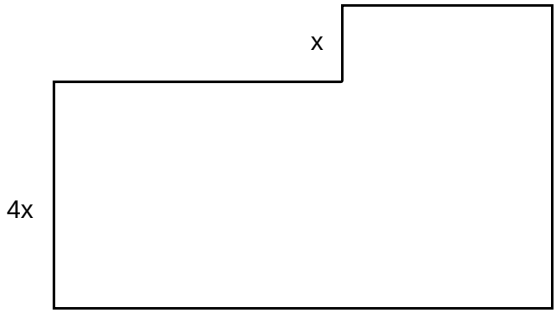


Figura B

14. Cuando x = 10 m. ¿Cuál es el perímetro de la siguiente figura?



A) 250 m
B) 230 m
C) 210 m
D) 190 m
E) 170 m

15. Dados los puntos A(2, 1) y B(5, 1), ¿cuáles son las coordenadas de un punto C, de modo que se forme un triángulo equilátero en el primer cuadrante?

A) (-3.5, 3.6)
B) (-3.5, 3.6)
C) (3.6, 3.5)
D) (3.6, -3.5)
E) (3.5, 3.6)

16. ¿Cuál será la ecuación de la recta, cuya abcisa al origen es 3 y la ordenada al origen es igual a 5 ?

A) $8x - 5y - 15 = 0$
B) $3x + 8y + 8 = 0$
C) $5x + 3y - 15 = 0$
D) $5x - 3y + 15 = 0$
E) $3x - 5y - 15 = 0$

17. Las coordenadas del centro de la circunferencia $(x-3)^2+(y+7)^2-25=0$; son:

A) $(7, -3)$
B) $(-7, 3)$
C) $(-3, 7)$
D) $(-3, -7)$
E) $(3, -7)$

18. Cuando la parábola con vértice en el origen se abre hacia el lado positivo de las x, las coordenadas del foco son:

A) $(0, p)$
B) $(-p, 0)$
C) $(0,0)$
D) $(p, 0)$
E) $(0, -p)$

19. Dada la elipse cuyos focos son los puntos (3, 0), (-3,0) y sabiendo que la longitud de uno cualquiera de sus lados rectos es igual a 9. Hallar la ecuación de la elipse.

A) $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{25}=1$
B) $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{27}=1$
C) $\frac{x^2}{27}-\frac{y^2}{36}=1$
D) $\frac{x^2}{27}+\frac{y^2}{36}=1$
E) $\frac{x^2}{36}-\frac{y^2}{25}=1$

20. Hallar la ecuación de la hipérbola cuyos vértices son lo puntos V(2, 0) y V'(-2, 0) y los focos son los puntos F(3, 0), F'(-3, 0).

A) $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{5}=1$

B) $\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{4}=1$

C) $\frac{x^2}{5}-\frac{y^2}{4}=1$

D) $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{5}=1$

E) $\frac{y^2}{4}-\frac{x^2}{5}=1$

21. Determinar la solución de la siguiente desigualdad: $x^2 - 3x \geq x^2 + 6x - 2$.

A) $(-\infty, 2/9]$
B) $[2/9, \infty)$
C) $(2/9, \infty)$
D) $(-\infty, -2/9)$
E) $[-2/9, \infty)$

22. Encontrar el conjunto solución de $|10 - x| \leq 3$:

A) $(-\infty, 7), (7, \infty)$
B) $(-\infty, -7), [7, \infty)$
C) $[-3, -7), (7, \infty,$
D) $[-3, 3], [7, \infty]$
E) $(-\infty, -3], [7, \infty)$

23. La ecuación de la circunferencia con centro en el origen y radio 6 es:

A) $x^2 + y^2 = 6$
B) $x^2 + y^2 + 36 = 0$
C) $-(x^2 + y^2) = 6$
D) $x^2 + y^2 - 36 = 0$
E) $x^2 + y^2 + 6 = 0$

24. ¿Cuál es la relación considerada como implícita?

A) $f(x) = \text{sen } 6x - \cos x + 7$
B) $x^2 - y^2 + 2xy - 8x - 4y - 9 = 0$
C) $e^x - 2^{2x} - 3^3 = y$
D) $y = \log \frac{x}{2} - 2x^2 + x - 5$
E) $y = \arctan x^3 - 5x^2 + 1$

25. Dadas las funciones $f(x) = 3x^2+3$ y $g(x)=x+1$; la evaluación de $f[\,g(x)\,]$ es:

A) $f[\,g(x)\,] = 6x^2 + 3x - 6$
B) $f[\,g(x)\,] = 3x^2 + 6x + 6$
C) $f[\,g(x)\,] = 3x^2 - 6x + 6$
D) $f[\,g(x)\,] = 6x^2 - 3x - 6$
E) $f[\,g(x)\,] = 3x^2 + 6x - 6$

26. El resultado de $\lim_{x\to 0} \frac{(1+x)^2 - 1}{x}$, es:

A) -2
B) 0
C) 1
D) 2
E) ∞

27. Determinar los intervalos donde la función $f(x) = x^3 + 6x^2 - 15x + 8$ es continua.

A) $(-\infty, 1), (1, 5) (5, \infty)$
B) $(-\infty, -1), (-1, 5) (5, \infty)$
C) $(-\infty, -5), (-5, 1) (1, \infty)$
D) $(-\infty, -5), (-5, -1) (-1, \infty)$
E) $(-\infty, -5), (-5, 5) (5, \infty)$

28. Al derivar la función $f(x) = x^2 + 1$ y evaluarla en $x = -1$, el resultado es:

A) -5
B) -2
C) 0
D) 2
E) 5

29. La derivada de $y = Ln(x^2 + 3)$ es:

A) $\frac{x}{x^2+3}$

B) $-\frac{2x}{x^2+3}$

C) $\frac{x^2}{x^2+3}$

D) $\frac{2x}{x^2+3}$

E) $-\frac{x}{x^2+3}$

30. La segunda derivada de $y = e^x senx$ es:

A) $-2e^x cosx$
B) $2e^x cosx$
C) $2e^{-x} cosx$
D) $2e^x cosx$
E) $-2e^{-x} cosx$

31. Encontrar la ecuación de la recta tangente a la curva $y = 5x^2 + 12x - 3$ y que pasa por el punto (-1, 3)

A) $y = 2x + 5$
B) $y = 5 - 2x$
C) $y = x - 5$
D) $y = 2x - 5$
E) $y = 5 - x$

32. La abscisa del punto mínimo de la función $f(x) = x^2 + 6x$; es:

A) $x = 6$
B) $x = 3$
C) $x = 0$
D) $x = -3$
E) $x = -6$

33. El resultado de la integral $\int \sqrt{8+x}\, dx$ es:

A) $\frac{2(8+x)^{\frac{1}{2}}}{3}+C$

B) $\frac{3(8+x)^{\frac{1}{2}}}{2}+C$

C) $\frac{3(8+x)^{\frac{3}{2}}}{2}+C$

D) $\frac{2(8+x)^{\frac{2}{3}}}{3}+C$

E) $\frac{2(8+x)^{\frac{3}{2}}}{3}+C$

34. El resultado de la integral definida $\int_0^2 x^3\, dx$; es:

A) 0
B) 2
C) 3
D) 4
E) 16

¡FINAL DE MATEMÁTICAS!

EXAMEN DE FÍSICA

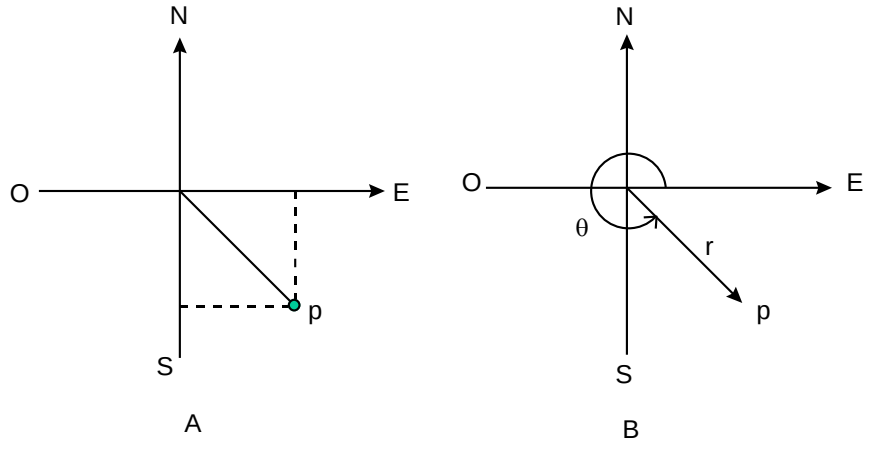
35. Es una unidad común tanto en el Sistema Internacional como en el Sistema Ingles

A) La unidad de longitud
B) La unidad de peso
C) La unidad de masa
D) La unidad de tiempo
E) La unidad de velocidad

36. ¿Cuántos kgf son 2000 N?

A) 0.0049
B) 0.49
C) 20.4
D) 204
E) 19600

37. Las figuras A y B, representan gráficamente la posición del punto P. ¿Cuál de las opciones corresponde al nombre que se le da a las coordenadas?

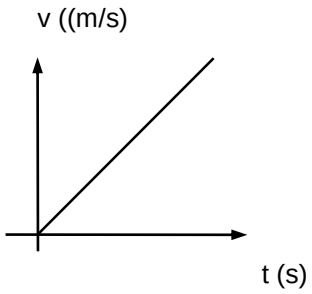


A) A: Cartesianas, B: Vectoriales
B) A: Vectoriales, B: Polares
C) A: Cartesianas, B: Cartesianas
D) A: Cartesianas, B: Polares
E) A: Polares, B: Cartesianas

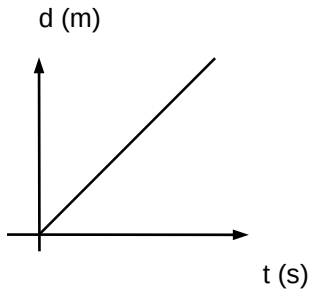
38. Sobre un piso sin rozamiento, un hombre jala un paquete con una fuerza de 60 N, que forma un ángulo de 30º con la horizontal. ¿Cuál es la fuerza que el hombre ejerce sobre el paquete, si éste se acelera 3 m/s^2?

A) 60 / cos 30º N
B) 6.66 cos 30º N
C) 60 / sen 30º N
D) 6.66 sen 30º N
E) 60 cos 30º N

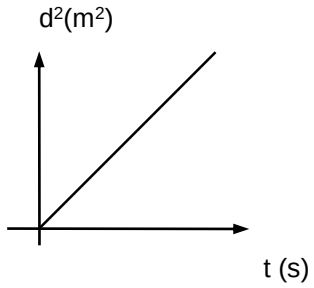
39. ¿Cuál de las siguientes gráficas representa la aceleración de un cuerpo?



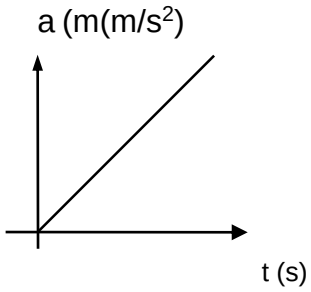
A)



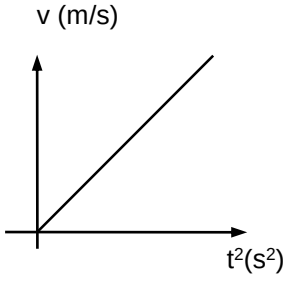
B)



C)



D)



E)

40. Apoyándote en la siguiente gráfica, calcula la aceleración en el instante t=4s.

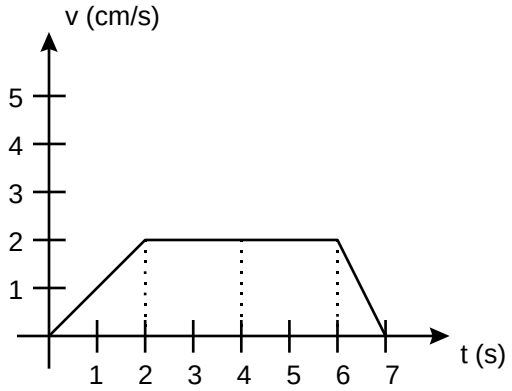
A) 8.0 cm/s^2

B) 2.0 cm/s^2

C) 4.0 cm/s^2

D) 6.0 cm/s^2

E) 0.0 cm/s^2



41. A partir de cierto instante un perro que corre a una velocidad constante de 10m/s persigue a una liebre que corre a una velocidad de 5 m/s, también constante. Si la liebre a ventaja al perro en 1m, ¿cuánto debe correr este último para alcanzar a la liebre?

A) 1m
B) 2m
C) 3m
D) 4m
E) 5m

42. Un automóvil deportivo alcanza una velocidad de 0 a 100 km/h en 4s.¿Cuál es su aceleración?

A) 3.27m/s2
B) 6.94m/s2
C) 7.18m/s2
D) 9.42m/s2
E) 10.15m/s2

43. ¿Con qué velocidad llega al agua un clavadista que se lanza desde la plataforma de 10 m cuando parte del reposo?

A) 10m/s
B) 11m/s
C) 12m/s
D) 13m/s
E) 14m/s

44. Desde un helicóptero que se encuentra estático en el aire se lanza hacia abajo un proyectil con una velocidad de 1m/s. Si este tarda en llegar al suelo 3s. ¿A qué altura se encuentra el helicóptero?

A) 32.177m
B) 47.145m
C) 51.271m
D) 55.926m
E) 57.062m

45. ¿Cuál es la componente vertical de la velocidad de un proyectil que viaja a 10m/s y un ángulo de 30° con la horizontal?

A) 5m/s
B) 6m/s
C) 7m/s
D) 8m/s
E) 9m/s

46. Desde lo alto de un acantilado cuya altura es de 70 m, se dispara horizontalmente un proyectil con una velocidad de 50 m/s. ¿A qué distancia x, horizontal, llegará el proyectil?

A) 120m
B) 189m
C) 490m
D) 686m
E) 3500m

47. ¿Cuál es la velocidad lineal de una partícula que se encuentra en una centrífuga que gira a 2000 rpm y que tiene un radio de giro de 10cm?

A) 15.123m/s
B) 18.365m/s
C) 19.642m/s
D) 20.944m/s
E) 22.643m/s

48. Supón que se da un empujón a un paquete que se encuentra colocado sobre el piso. Sin considerar la fricción, ¿cuál de las siguientes afirmaciones sobre el paquete es cierta?

A) Volverá al reposo paulatinamente
B) Continúa moviéndose indefinidamente
C) Experimenta una fuerza de acción y una de reacción
D) Experimenta una fuerza de reacción
E) Continúa moviéndose por un lapso de tiempo

49. Un cuerpo permanece en reposo o en movimiento rectilíneo uniforme, a menos que sobre el actúe una fuerza externa que cambie su estado de movimiento. ¿Este enunciado corresponde a?

A) 1ª Ley de Newton
B) 2ª Ley de Newton
C) 1ª Ley de la termodinámica
D) La conservación de la energía
E) La conservación del movimiento

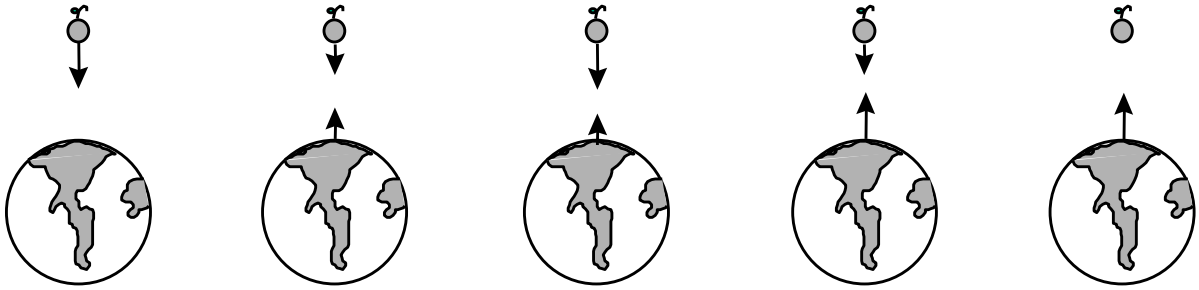
50. Calcula la aceleración de un auto de 1 Ton, si se aplica una fuerza de 8000N.

A) 0.125 m/s^2
B) 8 m/s^2
C) 80 m/s^2
D) 8000 m/s^2
E) 8000000 m/s^2

51. Un cuerpo de masa m, se desliza sin fricción horizontalmente, si se aplica una fuerza de 15Newton se acelera a razón de 1.5 m/s^2. Si aumentamos la masa al triple aplicando la misma fuerza, ¿cuál es su aceleración?

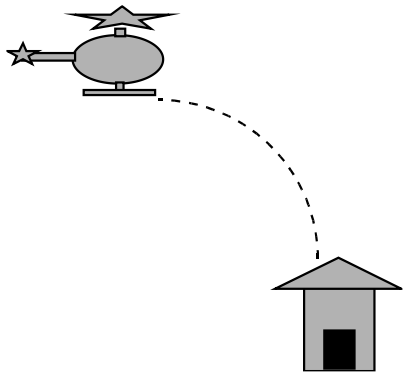
A) 0.05 m/s^2
B) 0.5 m/s^2
C) 5.0 m/s^2
D) 50 m/s^2
E) 500 m/s^2

52. Suponiendo que el tamaño de la flecha es proporcional a la fuerza que representa, ¿cuál es el diagrama de fuerzas correcto según la tercera ley de Newton?



A) B) C) D) E)

53. Desde un helicóptero que vuela a velocidad v y altura h se suelta un paquete de víveres de peso w, como se muestra en la figura, si se desprecia el rozamiento, la velocidad con la que viaja el paquete al llegar a la aldea está dado por:



A) $\sqrt{2gh}$

B) $\sqrt{2gh}\cos\theta$

C) $\sqrt{2gh\cos\theta}$

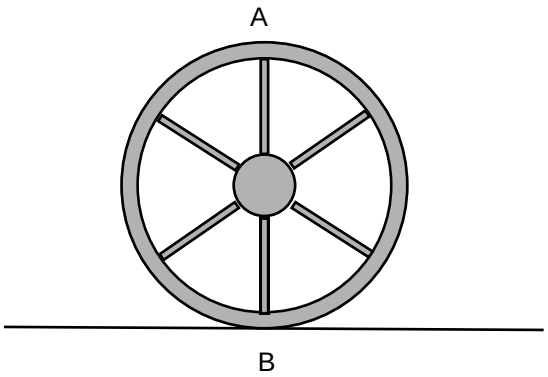
D) $\sqrt{2ghw\cos\theta}$

E) h / v

54. Desde una altura de 80m se lanza hacia abajo un objeto con una velocidad de 3m/s. ¿Qué velocidad tendrá el objeto cuando llegue a la altura de 30m?

A) 5.11 m/s
B) 16.67 m/s
C) 31.46m/s
D) 78.48m/s
E) 150.25m/s

55. Si comparamos la energía cinética con la energía potencial entre los puntos A y B de la rueda de carreta que se muestra en la figura, ¿cuál de las siguientes opciones es correcta?



A) $EC_A > EC_B$

B) $EC_A = EP_B$

C) $EP_A > EP_B$

D) $EP_A < EP_B$

E) $EC_A < EC_B$

56. Un hombre empuja una pulidora de pisos con una fuerza de 5 kgf, si el mango de la pulidora forma un ángulo de 50º con el piso, ¿cuál es el trabajo efectuado después de mover el aparato 10 m?

A) 5 cos 50º J
B) 50 sen 50º J
C) 50 J
D) 50 cos 50º J
E) 10 sen 50º J

57. ¿Qué potencia se requiere para efectuar un trabajo de 300 J en 3s?

A) 50 W
B) 100 W
C) 150 W
D) 200 W
E) 250 W

58. Una grúa eleva una masa de 500kg a 50m en 5 minutos, ¿cuál es la potencia de su motor?

A) 1 hp
B) 2 hp
C) 3 hp
D) 4 hp
E) 5 hp

59. Desde un globo aerostático que se encuentra estático se lanza un proyectil de 10kg a una velocidad de 10m/s hacia arriba. Si el globo tiene una masa de 90kg. ¿Cuál es la velocidad final de este último?

A) 0.57m/s hacia abajo
B) 1.11m/s hacia abajo
C) 2.03m/s hacia abajo
D) 2.56m/s hacia abajo
E) 3.15m/s hacia abajo

60. Para un condensador de placas paralelas de área A y separadas una distancia d, la capacitancia es:

A) inversamente proporcional a d
B) directamente proporcional a d
C) inversamente proporcional a d^2
D) directamente proporcional a d^2
E) no depende del parámetro d

61. Un condensador de placas paralelas tiene una capacitancia 3mf, si la separación de placas es de 1mm. ¿Cuál es el área de las placas?

A) $3.39 \times 10^{-5} m^2$
B) $3.39 \times 10^{-4} m^2$
C) $3.39 \times 10^{-3} m^2$
D) $3.39 \times 10^{-2} m^2$
E) $3.39 \times 10^{-1} m^2$

62. El campo eléctrico en función de la carga Q y la distancia r, E(Q,r), cumple qué es:

A) directamente proporcional a r
B) inversamente proporcional a r
C) directamente proporcional a r^2
D) inversamente proporcional a r^2
E) no depende del parámetro r

63. Para una carga Q=7 x 10^{-6} coul y a una distancia de 15cm, el campo eléctrico es:

A) 2.8 x 10^{-6} N/C
B) 2.8 x 10^{-3} N/C
C) 2.8 x 10^{0} N/C
D) 2.8 x 10^{3} N/C
E) 2.8 x 10^{6} N/C

64. Si en cierto lugar el campo eléctrico es cero, entonces en ese lugar el potencial es:

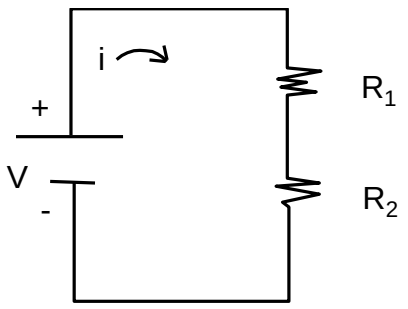
A) cero
B) variable
C) positivo
D) negativo
E) constante

65. A la distancia de 30cm de una carga Q, el campo eléctrico es de 2 v/m, a la distancia de 70cm. ¿Qué valor tiene el campo eléctrico?

A) 0.86 v/m
B) 1.25 v/m
C) 2.53 v/m
D) 3.67 v/m
E) 4.67 v/m

66. La corriente eléctrica que circula por el siguiente circuito es:

A) $I = \frac{R_1 + R_2}{V}$
B) $I = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2}$
C) $I = \frac{R_1}{R_2} V$
D) $I = \frac{V}{R_1 + R_2}$
E) $I = \frac{R_2}{R_1} V$



67. Por un conductor circula una corriente de 2 Amperes por segundo. ¿Cuántos electrones cruzan por segundo, cierta área transversal del conductor?

A) 5.12×10^{10}
B) 6.31×10^{13}
C) 2.31×10^{15}
D) 3.12×10^{18}
E) 1.25×10^{19}

68. En un conductor circulan 3×10^{10} electrones por segundo, ¿qué corriente conduce el conductor?

A) 1.5×10^{-6} A
B) 4.8×10^{-9} A
C) 3.2×10^{-10} A
D) 5.1×10^{-12} A
E) 6.6×10^{-15} A

¡FINAL DE FÍSICA!

CLAVE DE RESPUESTAS DE LA GUIA DE INGENIERIA

RESPUESTAS DE MATEMÁTICAS

REACTIVO	RESPUESTA	REACTIVO	RESPUESTA	REACTIVO	RESPUESTA
1	C	13	C	25	B
2	C	14	A	26	D
3	C	15	E	27	C
4	D	16	C	28	B
5	E	17	E	29	D
6	B	18	D	30	D
7	D	19	B	31	A
8	E	20	D	32	D
9	B	21	A	33	E
10	C	22	B	34	D
11	C	23	D		
12	C	24	B		

RESPUESTAS DE FÍSICA

REACTIVO	RESPUESTA	REACTIVO	RESPUESTA	REACTIVO	RESPUESTA
35	D	47	D	59	B
36	D	48	B	60	A
37	D	49	A	61	E
38	E	50	B	62	D
39	A	51	B	63	E
40	E	52	B	64	A
41	B	53	A	65	A
42	B	54	C	66	D
43	E	55	C	67	E
44	B	56	D	69	B
45	A	57	B		
46	B	58	A		